

# Försäkrade i Sverige

dödlighet och livslängder, prognoser 2007 - 2050

En studie av Försäkringstekniska Forskningsnämnden,  
Sveriges Försäkringsförbund

Försäkrade i Sverige - dödlighet och livslängder,  
prognoser 2007 - 2050

© Svenska Försäkringsföreningen

ISBN 91-974960-4-9

Elanders Gotab AB, Stockholm 2007

# Innehåll

<b>Förord</b>	<b>vii</b>
<b>Executive summary</b>	<b>ix</b>
<b>Sammanfattning</b>	<b>xv</b>
<b>1 Tidigare undersökningar avseende försäkringsdödligheten</b>	<b>1</b>
1.1 Tidiga dödlighetsundersökningar . . . . .	1
1.2 Undersökningar och tillämpade antaganden inom svensk livförsäkring . . . . .	2
1.3 Grundkommittéer 1920-1940 . . . . .	3
1.4 Försäkringstekniska Forskningsnämndens utredningar . . . . .	4
1.5 Svenska Aktuarietjänstens 50-årsjubileum . . . . .	5
1.6 Grundkommittéer efter 1950 . . . . .	5
1.7 Den sista grundkommittén, M90 . . . . .	6
<b>2 Stokastisk modell och skattningsteknik</b>	<b>9</b>
2.1 Stokastisk modell . . . . .	10
2.2 Klassisk skattningsteknik i Lee-Cartermodellen . . . . .	16
2.3 Skattningsteknik enligt ML-metoden i Lee-Cartermodellen . . . . .	16
2.4 Iterationsteknik enligt Newton-Raphson . . . . .	20
2.5 Relationer mellan $\mu$ och $q$ . . . . .	24

<b>3</b>	<b>Befolkningsdödligheten</b>	<b>27</b>
3.1	Observationer och skattningar . . . . .	28
3.1.1	Val av data för skattning parametrarna i Lee-Cartermodellen . . . . .	28
3.1.2	Dödligheten i höga åldrar . . . . .	30
3.2	Resultat . . . . .	30
3.2.1	Lee-Cartermodellens parametrar . . . . .	32
3.2.2	Utjämning av Lee-Cartermodellens parametrar	35
3.2.3	Perioddödlighet - projektion över framtida dödlighet . . . . .	35
3.2.4	Kohortdödlighet - dödlighet utifrån födelseår .	38
3.3	Skillnader i befolkningsdödligheten enligt denna un- dersökning och SCB . . . . .	43
3.3.1	Metod bakom SCBs beräkningar . . . . .	43
3.3.2	Relativa skillnader i ettåriga dödssannolikheter	44
<b>4</b>	<b>Försäkringsdödligheten</b>	<b>47</b>
4.1	Observationer och skattningar . . . . .	48
4.1.1	Frivilligt tecknad försäkring . . . . .	51
4.1.2	Obligatoriskt tecknad försäkring . . . . .	54
4.1.3	Obligatoriskt försäkrade tjänstemän . . . . .	57
4.2	Modellering av försäkringsdödligheten . . . . .	59
4.2.1	Antaganden vid av framtagandet M90 . . . . .	59
4.2.2	Framtida försäkringsdödlighet . . . . .	60
4.2.3	Makehamanpassning av försäkringsdödligheten	61
4.3	Resultat . . . . .	63
4.3.1	Frivilligt försäkrade . . . . .	65
4.3.2	Makehamanpassning utan trend för frivilligt försäkrade . . . . .	77
4.3.3	Obligatoriskt försäkrade . . . . .	79
4.3.4	Obligatoriskt försäkrade tjänstemän . . . . .	91
<b>5</b>	<b>Jämförelse mellan delbestånden</b>	<b>103</b>
5.1	Observerade skillnader mellan delbestånden . . . . .	104
5.2	Skillnader mellan delbestånden i den beräknade dödligheten . . . . .	106

<b>6</b>	<b>Jämförelse av kvinnors och mäns dödlighet</b>	<b>115</b>
6.1	Könsskillnader i befolkningsdödligheten . . . . .	116
6.1.1	Historiska skillnader . . . . .	116
6.1.2	Prognos över framtida dödlighet . . . . .	118
6.2	Skillnader mellan kvinnor och män i dödligheten för försäkrade . . . . .	122
6.2.1	Skillnader i M90-dödligheten . . . . .	122
6.2.2	Observerade skillnader 2001-2005 . . . . .	122
6.2.3	Skillnader i den framtida försäkringsdödligheten	124
<b>7</b>	<b>Tryggandegrunder</b>	<b>133</b>
7.1	Metod . . . . .	133
7.2	Resultat . . . . .	134
<b>A</b>	<b>Tabeller över dödligheten i befolkningen</b>	<b>141</b>
<b>B</b>	<b>Tabeller över dödligheten bland frivilligt försäkrade</b>	<b>147</b>
<b>C</b>	<b>Tabeller över dödligheten bland obligatoriskt försäkrade</b>	<b>153</b>
<b>D</b>	<b>Tabeller över dödligheten bland obligatoriskt försäkrade tjänstemän</b>	<b>159</b>



# Förord

En av de viktigaste principerna inom livförsäkring är att ha kontroll på de olika riskdelar som ingår. Det är också naturligt att just dödligheten hos försäkrade individer är den viktigaste komponenten. Eftersom dödlighet är exempel på en typ av risk som är liten, speciellt för låga åldrar, krävs det stora datamaterial för att på ett bra sätt kunna skatta dödligheten. Det är därför naturligt att det inom försäkringsbranschen görs en gemensam satsning för att få bästa möjliga kunskap om *riskan att avlida*.

Sveriges Försäkringsförbund ser det som angeläget att man genom Försäkringstekniska Forskningsnämnden driver frågan om kvalitativt goda skattningar av den framtida dödligheten inom försäkringsbranschen. Vidare ger denna typ av studier också möjlighet att på ett objektivt sätt studera utvecklingen av skillnaden i livslängd mellan kvinnor och män.

Försäkringstekniska Forskningsnämnden har under drygt femtio år bedrivit utredningar avseende försäkringsdödligheten. Den nu föreliggande utredningen är ett tydligt exempel på den möjlighet att på ett effektivt sätt etablera effektiva metoder för skattning av livslängder. Metoder som sedan kan tillämpas av respektive försäkringsföretag med de karakteristika som gäller för olika försäkringsbestånd.

*Anders Beskow*

tf VD i Sveriges Försäkringsförbund

*Gunnar Andersson*

Ordförande i Försäkringstekniska Forskningsnämnden





# Executive summary

## Background

The life expectancy for individuals has through all ages been in focus. One major reason is, of course, the seemingly rather random behavior of the life expectancy.

Even if the life expectancy among people is finite it has shown that different landmarks, especially in medicine and personal care, has had the effect that the life expectancy of individuals is continuously increasing. It has been proved with great accuracy during the last century when more precise statistics has been recorded.

The starting point for this investigation is the assumption that all individuals have been granted one finite life. Expressions like “ the mortality has been improved” should be interpreted as a statement that the expected remaining lifetime has increased and not as if one could postpone to infinity the time of death.

During the twentieth century one has observed a gradually increasing life expectancy among insured people. This increase coincides with a period in time when, in Sweden, yearly pension savings have increased to a considerable magnitude within the life insurance industry. The importance of monitoring and estimating the mortality rate for an insurance population has then become an important issue when calculating future liabilities, i.e. technical provisions, for an insurance provider.

As an example, an overestimated mortality rate can give very negative effects regarding the financial strength to fulfill future obligations, for instance annuities in payment. Prudent estimates of future mortality is an important component for determining premiums as well as for calculating technical provisions in order to cover future payments.

A more thorough grip of the evolution of the mortality was not possible to take until more precise investigations could be made on fairly large populations of insured people. The most proper picture could be presented only when all insured people in Sweden could be studied as one group of people. The first opportunity given was when G. Stoltz [21] carried out an investigation of the mortality in 17 Swedish insurance companies. Later on he used the same material, possibly with some additions, and carried out a smoothing of the previous result, based on the mortality findings from these 17 Swedish insurance companies, see G. Stoltz [22]. After this, for Swedish standards rather pioneering work, different types of tables of Swedish mortality was established. A thorough discussion of this is given in Chapter 1.

The most recent investigation conducted was presented at the end of the 1980s by the so called Grundkommittén, see [9]. They presented a mortality table called M90. The most important reason for the work of Grundkommittén was that the mortality table used at that time had too high values for old ages for longevity risks. Grundkommittén also considered other issues as expense loadings of insurance policies.

Among other changes, Grundkommittén proposed to not use the so called Zillmer technique, which was a technique used to cover high initial acquisition costs. This technique has the effect that the surrender values became negative from the start of the policy.

Observed mortality was smoothed using Makehams formula, which as a technique was introduced in the 1930s in Sweden. Using Makehams formula the mortality rate proposed as M90 was expressed as

$$\mu_x = \alpha + \beta \cdot 10^{\gamma(x-f)}, \quad x \geq 0$$

where  $\alpha = 0,001$ ,  $\beta = 0,000012$  and  $\gamma = 0,044$ . The difference in mortality between women and men was presented as a translation in age which was represented by  $f$  which was set to six years, an increase from the four years used before.

## Present work

The present work of analyzing the insurance mortality in Sweden has been carried out by a working group, established by the Swedish

Research Council for Actuarial Science (Försäkringstekniska Forskningsnämnden (FTN))), which has been addressed as The Mortality Investigation 2006 (Dödlighetsundersökningen 2006 (DUS06)). To make room for more free thoughts, the working group, which started its work in 2005, has later changed name to DUS.

The background to the investigation can be divided in four parts:

- *Introducing prudent assumptions in Swedish life insurance*
- *The technical basis for book reserves not being sufficient*
- *Discussion regarding uni-sex technical assumptions*
- *Lack of time trend in assumption of mortality*

Introducing prudent assumptions is to a great extent a consequence of the evolution of a common market for financial services within the European Union. This work demands that both objective and transparent methods should be used in order to be able to compare both insurance products as well as insurance providers across borders. One has decided to define the notion of *prudent assumptions* which will serve as a sound base in the valuation of different insurance products. In reality, introducing prudent assumptions means that European insurance providers are required to adjust their assumptions to real observed data and a realistic forecast of the future.

The technical basis for book reserves (Tryggandegrunderna) is used by business firms when calculating their pension liabilities in the balance sheet. Also these assumptions need to, step by step, be adjusted to changes in the mortality rate.

Within the European Union there is a legal requirement that sex-related differences in tariffs should be justified. It has been stated that sex-related differences in premium rates as well as sex-related differences in bonus allocation is to be regarded as an act of discrimination. As a consequence there is a demand for a law that assumed differences in calculating tariffs, based on sex, should be justified by objective statistical data. This need has increased since there are signs that the difference in mortality between women and men, as was observed in [9] by the working group, had decreased, which could mean that there was no statistical support for the differences in premiums and allocating bonuses which is present today among women and men.

Maybe the most important reason for the investigation, at least from a statistical perspective, is that all assumptions of future mortality so far used have only considered the actual mortality at the time for observation. In M90, some margins were added for future mortality improvement, but there the Makeham formula did not include any separate trend factor. This fact has had as a consequence that all mortality assumptions have become obsolete relatively fast.

Besides stating the observed mortality this investigation also addresses the issue of presenting an estimate of the trend in time that actually is part of the mortality pattern. In principal this could be done by adding a time factor in a Makeham model. The working group has instead, in this work, chosen to use a so called Lee-Carter model. This type of model is the type of model most widely used internationally for description and prediction of trends in mortality.

This report starts with a discussion in Chapter 1 of earlier studies of insurance mortality in Sweden. In Chapter 2 we give a brief outline of the stochastic model used in this investigation. The mortality for the Swedish population has been used for estimating the time trend, presented in Chapter 3, which then has been applied on the observed insurance mortality.

The main results are presented and discussed in Chapter 4 where the result of the applying the model on observed insurance mortality is discussed. Another important chapter is Chapter 5 where a comparison between different sub-populations is given. In a similar way, Chapter 6 is a comparison between mortality for women and men. Finally, in Chapter 7 the background for the technical basis for book reserves, based on results in this investigation, is given.

The working group have the following members: Erik Alm, Gunnar Andersson, Bengt von Bahr, Ellinor Forslund, Åsa Larson, Jörgen Olsén (left the group autumn 2006) and Arne Sandström. The report has to its major extent been written by Ellinor Forslund and Gunnar Andersson. The calculations, which is the base for this report, has been carried out by Ellinor Forslund.

Twelve insurance providers have contributed to the investigation: AMF Pension, Folksam Liv, Handelsbanken Liv, If, KP Pension & Försäkring, KPA Pensionsförsäkring, Länsförsäkringar Liv, Moderna Försäkringar, Robur Försäkring, SEB Trygg Liv (Gamla, Nya och Fond), Skandia and SPP Livförsäkring.

Other insurance providers, insurance companies and friendly societies, that offers life insurance in the Swedish market have been offered to participate in the investigation but have, for different reasons, chosen not to participate. There is a need to emphasize that different insurance providers in normal situations show large differences between different sub-populations and some cautiousness has to be applied when the findings of the investigation is used on sub-populations with different characteristics.

Stockholm 2007-05-02

*The working group for DUS*



# Sammanfattning

## Bakgrund

Livslängden hos människor har genom alla tider varit föremål för stor uppmärksamhet. En grundläggande orsak till intresset är naturligtvis det, till synes, slumpmässiga beteende som ligger till grund för livslängden.

Även om livslängden hos alla individer är ändlig har det visat sig att olika landvinningar, bland annat inom medicin och hygien, har gjort att livslängden ständigt ökar. Det har kunnat observeras med tydlighet under den period som en mer omfattande statistik har förts.

Utgångspunkten för denna undersökning är att alla individer begåvas med *ett* ändligt liv. Uttalanden som till exempel att *dödligheten har förbättrats* skall därför ses som att den förväntade medellivslängden har ökat och inte att man i all oändlighet kan uppskjuta det faktum att det mänskliga livet har ett slut.

Under 1900-talet har man särskilt kunnat observera en gradvis ökad livslängd inom försäkringskollektiven. Denna ökning sammanfaller med en period då olika former av sparande inom livförsäkring har utvecklats kraftigt. Vikten av att ha en god uppfattning om ett försäkringsbestånds framtida dödlighet har därför blivit allt större då dödligheten är en viktig beståndsdel för att värdera framtida åtaganden för en försäkringsgivare.

Exempelvis kan en överskattad dödlighet ge mycket negativa effekter på en försäkringsgivares framtida betalningsförmåga för en livränta. Skattningar av framtida dödlighet är en viktig komponent såväl vid premiebestämning som vid avsättningar för framtida utbetalningar.

Ett samlat grepp om utvecklingen av dödligheten kunde inte tas förrän man fick möjlighet att göra statistiska analyser på rimligt

stora försäkringsbestånd. Den bästa bilden fick man när man kunde studera hela Sveriges försäkringsbestånd som ett kollektiv. Det första tillfället som gav en samlad bild var 1915 då G. Stoltz, [21] slutförde en undersökning av dödligheten hos 17 svenska livförsäkringsbolag. Han använde sedan samma material, eventuellt något kompletterat, och genomförde en utjämnning av dödligheten i dessa 17 svenska försäkringsbolag, se G. Stoltz [22]. Efter dessa, med svenska mått mätt banbrytande arbeten, sammanställdes olika typer av tabeller över försäkringsdödligheten i Sverige. En utförlig beskrivning ges i Kapitel 1.

Den senaste utredningen som gjorts genomfördes i slutet på 1980-talet av den så kallade *Grundkommittén 1989*, se [9]. Det arbetet mynnade bland annat ut i den dödlighetstabell som kallas för M90. Som M90 presenterades var det inte ett statistiskt väntevärdesriktigt antagande utan förslaget var ett så kallat belastat dödlighetsantagande. Den viktigaste bakgrunden till Grundkommitténs arbete var att det tidigare använda dödlighetsantagandet dödligheten var för högt i höga åldrar för att vara lämpligt att använda för försäkringar med livsfallrisk. Grundkommittén behandlade även andra frågor som till exempel driftkostnadsbelastningar av försäkringar.

Observerad dödlighet utjämnades medelst Makehams formel, vilket var en teknik som införts redan på 1930-talet. Bland andra ändringar kan man notera att man föreslog att ta bort den så kallade *zillmeringen* som innebar en kraftig initial belastning på *premiere-serven* (livförsäkringsavsättningen) för att täcka försäkringsgivarens anskaffningskostnader.

Uttryckt med hjälp av Makehams formel kan M90 skrivas som

$$\mu_x = \alpha + \beta \cdot 10^{\gamma(x-f)}, \quad x \geq 0$$

där  $\alpha = 0,001$ ,  $\beta = 0,000012$  och  $\gamma = 0,044$ . Skillnaden i dödlighet mellan kvinnor och män åskådliggjordes av en åldersförskjutning som representeras av  $f$  som sattes lika med sex år, en höjning från de fyra år som använts tidigare.

### Föreliggande arbete

Föreliggande arbete med att analysera försäkringsdödligheten i Sverige har bedrivits inom ramen för en arbetsgrupp, tillsatt av Försäkringstek-



niska Forskningsnämnden (FTN), som gått under benämningen Dödlighetsundersökningen 2006 (DUS06). För att kunna ge ett friare utrymme för stort tänkande har arbetsgruppen, som inledde sitt arbete redan 2005, sedermera döpts om till DUS.

Bakgrunden till arbetet kan delas upp i fyra delar:

- *Införandet av aktsamma antaganden inom livförsäkring*
- *Tryggandegrundernas otillräcklighet*
- *Diskussionen om könsneutrala grunder*
- *Avsaknad av tidstrend i använda dödlighetsantagandena*

Införandet av aktsamma antaganden är till stor del en följd av utvecklingen av en gemensam marknad för finansiella tjänster inom EU. Detta arbete tvingar fram objektiva och transparenta metoder att jämföra såväl produkter som försäkringsgivare över gränserna. Man har då funnit anledning att definiera begreppet *aktsamma antaganden* vilka skall tjäna som en sund bas i värderingen av olika försäkringsprodukter. I realiteten innebär införandet av aktsamma antaganden ett krav på anpassning av antagandena till verkliga observerade data och realistiska framtidsprognoser.

Tryggandegrunderna används för beräkning av pensionsskulder som företag sätter av i sin egen balansräkning. Även dessa behöver successivt, i linje med tekniken med aktsamma antaganden, anpassas till förändringar i dödligheten.

Inom EU förs en debatt om könsneutral premiesättning. Det har hävdats att könsdifferentierad premiesättning, och återbäringshantering, innebär en könsdiskriminering. Som en följd av detta finns ett lagkrav på att eventuella skillnader i premiesättningen grundat på kön skall kunna styrkas med objektiva statistiska material. Detta behov förstärks av att det fanns tecken som tydde på att skillnaden i dödlighet mellan kvinnor och män, som man hade observerat i [9], hade minskat, vilket kan innebära att det inte finns statistiskt stöd för de skillnader i premier och återbärning som gäller idag mellan könen.

Den kanske viktigaste orsaken till utredningen, åtminstone från ett statistiskt perspektiv, är det faktum att alla dödlighetantaganden som hittills formulerats har främst tagit hänsyn till den faktiska dödligheten vid observationstillfället. Man har, främst i M90, lagt in vissa marginaler för framtida dödlighetsförbättringar, men har inte

explicit lagt in någon trendfaktor i dödlighetsantagandet. Det har bland annat gjort att dödlighetsantagandet har föråldrats relativt fort.

Utöver att dels ange den observerade dödligheten syftar detta arbete alltså till att ange en skattning av den trend som faktiskt föreligger inom dödligheten. I princip skulle det kunna göras genom att en tidsfaktor läggs till i en Makehamformel, men arbetsgruppen har valt att istället använda den så kallade Lee-Carters modell. Denna modell är den som numera är den internationellt mest använda modellen för att beskriva och prognosticera dödlighetstrender.

Föreliggande rapport inleds med en genomgång av tidigare undersökningar avseende försäkringsdödligheten i Sverige i Kapitel 1. Därefter ges en beskrivning av den stokastiska modell som används i rapporten i Kapitel 2. Befolkningsdödligheten har använts som underlag för trendskattningarna, Kapitel 3, vilket sedan har applicerats på den observerade försäkringsdödligheten.

Huvudresultatet diskuteras i Kapitel 4 där resultatet av modellens tillämpning på observerad försäkringsdödlighet diskuteras. Ett annat viktigt kapitel är Kapitel 5 där en jämförelse mellan olika delbeständs dödlighet ges. På ett liknande sätt innehåller Kapitel 6 en jämförelse mellan kvinnors och mäns dödlighet. Slutligen finns i Kapitel 7 en redogörelse för resonemangen bakom antagandena i Tryggandegrunderna, baserade på de resultat som framkommit i denna utredning.

Arbetsgruppen har bestått av Erik Alm, Gunnar Andersson, Bengt von Bahr, Ellinor Forslund, Åsa Larson, Jörgen Olsén (lämnade arbetsgruppen hösten 2006) samt Arne Sandström. Rapporten har i huvudsak skrivits av Ellinor Forslund och Gunnar Andersson. Beräkningarna som ligger till grund för rapporten har utförts av Ellinor Forslund.

Tolv försäkringsföretag har lämnat data till utredningen: AMF Pension, Folksam Liv, Handelsbanken Liv, If, KP Pension & Försäkring, KPA Pensionsförsäkring, Länsförsäkringar Liv, Moderna Försäkringar, Robur Försäkring, SEB Trygg Liv (Gamla, Nya och Fond), Skandia och SPP Livförsäkring.

Övriga försäkringsföretag som meddelar livförsäkring på den svenska marknaden har erbjudits att delta i utredningen men har, av olika skäl, avböjt att delta. Det finns anledning att betona att olika försäkringsgivare uppvisar normalt stora skillnader mellan olika bestånd och en viss försiktighet bör iakttas då man använder resultaten på bestånd med avvikande karakteristik.

Stockholm 2007-05-02

*Arbetsgruppen för DUS*



# Kapitel 1

## Tidigare undersökningar avseende försäkringsdödlig- heten

Det finns en lång tradition av undersökningar av dödligheten bland försäkrade i Sverige, genomförda i samarbete inom den svenska livförsäkringsbranschen.

I detta kapitel ges en genomgång av vilka dödlighetsantaganden branschen tillämpat under en period när medellivslängden stadigt ökat. I de fall försäkringsdata inte räckt till för att entydigt skatta dödligheten bland försäkrade har SCB:s studier av befolkningsdödligheten använts som utgångspunkt.

### 1.1 Tidiga dödlighetsundersökningar

De tidigaste pensionskassorna etablerades för flera hundra år sedan. Under tidigt 1700-tal finns ett exempel på att Bellmans gode vän och beskyddare Anders Lissander startade en pensionskassa som åtminstone var verksam 1740. Tyvärr hade Lissander för den Lissanderska pensionskassans räkning inte tillgång läst DeMoivres om dödlighet, se [17], i form av kalkyler i "överlevelsekapital" som kommit ut 15 år tidigare. Kassan fick efter ett tag finansiella svårigheter och var tvungen att upphöra med sin verksamhet.

Den första kända svenska dödlighetsundersökningen gjordes på Pehr Wargentins initiativ. En känd uppsats innehållande mortalitets-

och livslängdstabeller publicerades redan år 1754, se till exempel P. Wargentins [24].

Pehr Wargentin (1717-1783) var astronom och statistiker och han var en av de drivande personerna bakom att Tabellverket (numera Statistiska Centralbyrån, SCB) inrättades 1748. Han bidrog också till den höga kvaliteten i den svenska folkbokföringen genom att ställa krav på att kyrkan skulle registrera befolkningen i ett kartotek.

## 1.2 Undersökningar och tillämpade antaganden inom svensk livförsäkring

En välkänd undersökning från *de 17 engelska bolagen*, framställd under förra hälften av 1800-talet, användes tidigt av flera svenska livförsäkringsbolag. Tabellen redovisas och metodiken beskrivs i K. Hultmans [10]. Något bolag använde denna tabell ända tills man så småningom övergick till 1928 års grunder.

Statistiska Centralbyråns dödlighetstabell för befolkningen 1891-1900 användes av några bolag. Tabellen kan hittas i faksimil till exempel på internet. Det är intressant att se att man i god Wargentinsk anda har räknat ut återstående medellivslängd.

På aktuariekongressen i Berlin 1906 redovisade I. Fredholm, Skandia, ett arbete om moturval i livförsäkring (Fredholm (1906)). Redan vid denna tid inleddes ett samarbete mellan läkare och aktuarier i akt och mening att föra diskussion om och i möjligaste mån förutsäga selektionseffekter vid tecknande av olika typer av livförsäkring.

Under 1900-talets första del var det vanligt att man för dödsfallsförsäkring tillämpade så kallade selekta dödlighetstabeller under de 5 eller 10 första åren av försäkringstiden. Begreppet innebär att man tar hänsyn till den urvalseffekt som hälsoprövning medför genom att använda en lägre dödlighet tiden närmast efter hälsoprövningen.

Några bolag använde den s k Spragues-Finlaisontabellen, där T B Spragues' Select Mortality Tables (av år 1891) tillämpades för det första året och A G Finlaisons tabeller av år 1860 för män och kvinnor för det sjätte försäkringsåret. För tiden däremellan användes linjär interpolation.

Ålderdomsförsäkringskommitténs (ÅFK) dödlighetstabell, eller modifieringar av denna tabell, användes av några bolag för livsfallsförsäkring. Kommittén var aktiv under åren 1907-1912 och dess ar-

bete ledde fram till den allmänna folkpensionen. Kommitténs tabellverk innehöll skilda dödlighetstabeller för kvinnor och män.

Dödlighetsintensiteterna uttrycktes utan användning av Makehamformler, så beräkningar för flera liv blev snabbt mycket komplicerade att genomföra. Användningen av ÅFK-tabellerna utmönstrades så småningom, men inte helt förrän 1935 års tabell för genast börjande livränta togs fram.

Från 1915 hade de svenska bolagen tillgång till resultaten av G. Stolz' (Försäkringsinspektionen) undersökningar, se [21] och [22]. Han skapade en selekt tabell för dödsfallsförsäkring, baserad på data från 17 svenska livförsäkringsbolag. Enstaka bolag, bland andra Thule, använde tabeller som byggde på bolagets interna dödlighetsundersökningar.

### 1.3 Grundkommittéer 1920-1940

Vid flera tillfällen under 1900-talet har så kallade grundkommittéer samlats och arbetat igenom tekniska undersökningar som sedan kunnat ligga till grund för att uppdatera de under många år branschgemensamma antaganden i bolagens försäkringstekniska grunder.

1928 års dödlighetsundersökning bland 13 svenska livförsäkringsbolag resulterade i gemensamma tekniska grunder för stor försäkring (dödsfallsförsäkring), en tabell med 5-årig selektion. Tabellerna publicerades såväl i obelastad som belastad form, där belastningen (säkerhetstillägget) åstadkoms genom en ökning av dödlighetsintensiteten.

Ett antal experter sammankallades 1931 för att bedöma lämpliga dödlighetsantaganden för pensionsändamål. Arbetet i grundkommittén pågick under några års tid och resulterade i tabell R32 där man beskriver livsfallsdödligheten som ett för kvinnor och män gemensamt Makehamuttryck med åldersförskjutning. Åldersförskjutningen var ett år, det vill säga en kvinnas dödlighet kunde likställas med dödligheten hos en ett år yngre man. Att en och samma formel nu kunde användas för båda könen förenklade väsentligt beräkningarna för tvålivsförsäkringar.

Dödlighetsförbättringarna i Sverige fick bolagen att år 1937 ta fram en ny tabell för dödsfallsförsäkring (D37). Då hade man övergått till en aggregat tabell (ej selekt). Man motiverade detta med att skillnaden mellan tabellen och det faktiska lägre dödlighetsutfallet under

de första åren kunde ses som en implicit säkerhetsbelastning. Att de praktiska beräkningarna förstås blev avsevärt enklare att genomföra när man slutade med en selekt tabell sågs knappast heller som någon nackdel. Motsvarande tabell för livsfallsförsäkring (L37) användes för alla sorters livsfallsförsäkring, men de selektionseffekter som uppstår för genast börjande livränta togs hand om genom att man räknade med en lägre ålder för de försäkrade under de första 10 åren av försäkringstiden.

## 1.4 Försäkringstekniska Forskningsnämndens utredningar

Försäkringstekniska Forskningsnämnden (FTN) har sedan 1952 genomfört regelbundna undersökningar åt den svenska försäkringsbranschen. Samtliga rapporter finns i Försäkringsförbundets arkiv. Under vissa perioder har dels årliga dödlighetsundersökningar genomförts, dels 5-årssammanställningar för att utjämna slumpmässighet i resultaten. Syftena har varit flera, oftast har undersökningar av aktuell dödlighet för beräkningsändamål som premiebestämning eller prognoser av framtida dödlighet genomförts, men även mera ad-hocbetonade undersökningar har genomförts i olika forskningssyften.

Metodik för att skatta trender i framtida dödlighet har diskuterats i flera olika studier, vissa av dem baserade på de regelbundna dödsorsaksundersökningar som gjorts. Redan tidigt insåg man riskerna i att överskatta dödligheten i livsfallsförsäkring, och därigenom åsamka kollektivet långsiktiga underskott i riskresultatet. Gemensamt för samtliga skattningar av trender i framtida dödlighet har varit en oro för att överskatta framtida livslängdsförbättringar. Genomgående har verkligheten visat sig överträffa prognoserna.

Mycket intresse har också ägnats åt grupper av försäkrade med förhöjd dödlighet, så kallade C-risker. I den gruppen kan särskilt framhållas studier av diabetessjuka och deras dödlighet. Ofta har värdet av resultaten i FTN:s undersökningar förstärkts av att de deltagande bolagen förutom möjligheten att få ta del av resultaten i den branschgemensamma studien också har fått tillbaka en bearbetning av sina egna indata. Detta har naturligtvis varit viktigt i en tid då tunga beräkningar varit såväl kostsamma som oerhört tidskrävande för bolagen.



Tydliga beskrivningar av använd metodik och bakomliggande teori har funnits i flera av FTN-rapporterna. Ett exempel är år 1999 då parallellt med en 5-årsundersökning en särskild rapport skrevs, avsedd som en handbok i hur en dödlighetsundersökning genomförs.

## 1.5 Svenska Aktuarieföreningens 50-årsjubileum

Ämnet dödlighet bland försäkrade och hur dödligheten ska uppskattas har alltid intresserat aktuarier. I den så kallade festskrift som skrevs inför Svenska Aktuarieföreningens 50-årsjubileum 1954 redovisas titlar på inte mindre än 17 föredrag i ämnet på föreningens medlemsmöten under perioden 1929-1953.

Vid jubiléet presenterades ett arbete av Håkan Prawitz [18] som diskuterades flitigt. Som man stolt påpekar deltog även andra än svenskar i debatten. I festskriften återges innehållet i diskussionen och flera internationella celebriteter på området namnges.

## 1.6 Grundkommittéer efter 1950

År 1951 gjordes vissa provisoriska förändringar i L37 för att hantera fortsatta förbättringar i dödligheten. Nya branschgemensamma dödlighetstabeller togs fram 1955 och fick namnen D55 för dödsfallsrisk respektive L55 för livsfallsrisk. Skillnaden var för män en åldersförskjutning på fyra år. Vid livsfallsrisk för kvinna gjorde man en ytterligare åldersförskjutning på två år.

Nio år senare hade man i den grundkommitté som resulterade i de försäkringstekniska grunderna G64 förenklat såväl själva dödlighet-santagandet som beräkningarna ytterligare. En tabell infördes för både livsfalls- och dödsfallsförsäkring. Tabellen byggde på en gemensam formel för både kvinnor och män med en åldersförskjutning på fyra år mellan könen. Ganska snart kunde man dock konstatera att dödligheten för höga åldrar kraftigt kom att överskattas i G64.

## 1.7 Den sista grundkommittén, M90

Den sista grundkommittén tillsattes på initiativ av Aktuarienämnden 1985 och genomförde under några år det arbete som lade förutsättningarna för M90. Resultaten redovisas i [9].

Dåvarande Försäkringsinspektionen hade dock anmodat branschen att se över sina tillämpade dödlighetsantaganden redan 1983 genom en skrivelse till livförsäkringsbolagens verkställande direktörer och aktuarier. I skrivelsen framgick att det enligt prognoser baserade på FTN:s regelbundna undersökningar var troligt att den observerade dödlighetsminskningen skulle komma att fortgå så länge att det fanns anledning att oroa sig över framtida dödlighetsförluster på livsfallsförsäkringar.

Mestadels under 1900-talet har Makehamformler valts för att utjämna den sanna dödligheten. Utjämning med hjälp av Makehamteknik har visat sig vara rimligt enkelt med den beräkningsteknik som stått till buds. Som man uttryckte det i materialet från grundkommitténs arbete i samband med M90: "Det har inte framkommit några tungt vägande skäl mot att representera dödlighetsantagandet med Makehams formel".

Under årens lopp har dock ofta kritik framförts mot den dåliga anpassning för höga åldrar som fås med Makehams metod. Möjligheterna till mer komplicerade dödlighetsmodeller än enbart Makehamformler hade också utvecklats sedan tillkomsten av G64, varför man i M90 slutligen laborerade med en modifierad modell för de högsta åldrarna jämfört med tidigare modeller. En gemensam dödlighet för båda könen användes. Skillnaden i dödlighet mellan könen representerade man nu med en åldersförskjutning på 6 år.

Tekniken *baxning* utvecklades för att enklare kunna hantera försäkringsprodukter innehållande både livsfalls- och dödfallsmoment. Tekniken innebär att ett och samma dödlighetsantagande används för livsfallsförsäkring och dödsfallsförsäkring, men en baxning av den observerade dödligheten görs.

Resonemanget byggde på att dödsfallsförsäkring främst erbjuds och nytecknas i åldrar under 60 år, medan i åldrar över 60 år främst livsfallsförsäkring erbjuds. Därför belastades låga åldrar med en ökad dödlighet (ger dyrare dödsfallsförsäkring) och i höga åldrar sänktes dödligheten (för att säkerhetsbelasta livsfallsförsäkring).

Tabell	Kvinnor 50 år	Kvinnor 65 år	Kvinnor 80 år	Män 50 år	Män 65 år	Män 80 år
1891	24,0	13,2	5,4	22,4	12,2	4,9
R32	26,9	15,2	6,4	26,1	14,5	5,9
M64	31,6	19,0	9,1	28,0	16,0	7,1
M90	39,4	25,6	13,5	33,7	20,4	9,6
DUS	36,1	22,1	10,3	33,2	19,6	8,6

Tabell 1.1: Förväntad återstående livslängd för olika åldrar enligt olika dödlighetstabeller, utan belastningar

Ett illustrativt sätt att skildra förändringen i dödligheten under en period är att visa på förändringen i förväntad återstående livslängd vilket beskrivs i Tabell 1.1.

Värdena i Tabell 1.1 för DUS kan tyckas låga i förhållande till värdena i M90. Orsaken är att M90 bygger på ett så kallat baxat dödlighetsantagande, vilket innebär att man lade på en positiv säkerhetsmarginal för yngre år och en negativ säkerhetsmarginal för äldre år. Därmed säkerställdes att dödlighetsantagandet inte var för lågt i de högsta åldrarna, där överlevnadsrisken kraftigt överväger, eller för högt i låga åldrar där dödsfallrisken överväger. En effekt av detta är att det även för kohorter födda senare än 1950 kan inträffa att förväntad återstående livslängd överskattas av M90.

Slutligen kan noteras att Grundkommittén också beslutade att utjämna sina valda konstanter, så att exempelvis åldersförskjutningen mellan man och kvinna framställdes som exakt sex år. Detta beskrivs mer i detalj i Avsnitt 4.2.1.



## Kapitel 2

# Stokastisk modell och skattningsteknik

Möjligheten att använda sofistikerade matematiska modeller vid analys av livslängder hos individer är starkt sammankopplat till en effektiv skattningsteknik som numeriskt är praktisk att använda. Under större delen av 1900-talet har man i Sverige förlitat sig på en modell där observerade dödligheter har utjämnats med hjälp av en Makehamfunktion. I praktiken brukar observerade dödligheter ges i form av ettåriga dödlighetssannolikheter  $q_x$  medan man vid användande av Makehamfunktioner utjämnar dödlighetsintensiteten  $\mu_x$  istället. Här representerar  $x$  olika åldrar. Relationen mellan  $q_x$  och  $\mu_x$  diskuteras i Avsnitt 2.4.

I den senaste branschövergripande utredningen om försäkringsdödligheten i Sverige, som genomfördes i slutet på 1980-talet, använde man sig huvudsakligen av Makehamfunktioner för utjämnning av dödlighetsintensiteten, se [9]. Där är dödlighetsintensiteten enligt M90, som är beteckningen på den i den utredningen föreslagna dödlighetsantagandet på den vid tidpunkten för utredningen aktuella dödligheten, angiven som parametrarna i en Makehamutjämnning av observerad dödlighet.

Avsikten med den nuvarande utredningen är att göra en motsvarande utjämnning för såväl olika delpopulationer som för olika kön. Resultaten redovisas i Kapitel 4-6 samt i tabellform i Bilaga A-D.

Utjämnningen görs i huvudsak som en trendbaserad utjämnning enligt den så kallade Lee-Cartermodellen. En mer traditionell Makehamutjämnning kommer också att ges för olika kohorter.

Vi kommer att diskutera en teknik att utjämna observerad dödlighet i en population med hänsyn tagen till den trendinformation som kan observeras i ett datamaterial som spänner över ett antal år. För detta ändamål kommer vi att arbeta med skattningar av dödlighetsintensiteten  $\mu_x$  för olika åldrar  $x$ .

Till vårt förfogande har vi, vilket beskrives mer i detalj i senare kapitel, observationer från försäkringsdödligheten i Sverige under ett antal kalenderår fördelat på olika kön respektive åldrar. Av praktiska skäl är det svårt att särskilja *försäkrade* utan vi får nöja oss med att använda oss av *försäkringar* som enhet. Denna inskränkning har en viss påverkan på resultatet men det är av ganska marginell betydelse.

Den modell som vi använder oss av i utredningen för att modellera trenden i dödligheten är en så kallad Lee-Cartermodell. Vi använder oss av befolkningsdödligheten för att skatta trenden i dödligheten. Orsaken till det är att datamaterialet från försäkringsgivarna är för litet för att tillräckligt säkert kunna skatta trenden i dödligheten.

Att därefter överföra trenden i befolkningsdödligheten till försäkringsdödligheten görs genom att bilda kvoter mellan försäkringsdödligheten, som generellt är lägre än befolkningsdödligheten, och befolkningsdödligheten.

## 2.1 Stokastisk modell

Betrakta en individ som är  $x$  år gammal och antag att vi observerar individen vid tidpunkten  $t$ . Vi låter både  $x$  och  $t$  vara kontinuerliga variabler. Vi definierar

$$T_x(t) = \text{återstående livslängd för en } x\text{-årig individ} \\ \text{vid tidpunkten } t. \quad (2.1.1)$$

Betrakta individen under åldersintervallet  $(x, x + dx)$  där  $dx$  betraktas som litet. Detta är ekvivalent med att vi observerar individen under tidsintervallet  $(t, t + dx)$ . Det är emellertid naturligare att formulera sig i termer av individens åldrande varför vi håller oss till åldersintervallet  $(x, x + dx)$ . Nästa steg är att studera sannolikheten att individen avlider i åldersintervallet  $(x, x + dx)$  givet att individen lever vid åldern  $x$  år.

Eftersom  $dx$  är litet är det rimligt att anta att den sannolikheten är proportionell mot längden på intervallet, det vill säga  $dx$ . Den sökta sannolikheten kan därför skrivas som  $\mu_x dx = \mu_x(t) dx$  där  $\mu_x = \mu_x(t)$  är en proportionalitetsfaktor.

Vi sammanfattar detta som

$$P(\text{individen avlider i åldersintervallet } (x, x + dx) \mid \text{ lever vid tidpunkten } t, x \text{ år gammal}) = \mu_x(t) dx. \quad (2.1.2)$$

Som nämnts i inledningen till kapitlet kan man behöva uttrycka sig i termer av både  $\mu_x(t)$  som  $q_x(t)$  där vi explicit angett kopplingen till observationstidpunkten  $t$ . Vi definierar därför  $q_x(t)$  som sannolikheten att en  $x$ -årig individ, observerad vid tidpunkten  $t$ , skall avlida inom ett år, det vill säga

$$q_x(t) = P(T_x(t) \leq 1). \quad (2.1.3)$$

Det problem som nu infinner sig är problemet med att tillämpa en modell med kontinuerliga antaganden i ett praktiskt (diskret) sammanhang. Lösningen är att välja en tidpunkt vid vilken vi observerar ett antal individer som i genomsnitt har en viss ålder  $x$ . Kalenderår är det naturliga tidsbegreppet i försäkringsbolag vilket gör det praktiskt att som observationstidpunkter välja utgången av kalenderår.

Populationen under betraktelse delas upp efter ålder  $x$  (initialt görs en uppdelning på kön) per kalenderår  $t$  genom att definiera

$$N_x(t) = \text{antal individer som lever vid utgången av kalenderår } t \text{ och fyllde } x \text{ år under kalenderåret } t. \quad (2.1.4)$$

Observera att eftersom det är rimligt att anta att individer föds likformigt under ett kalenderår är de individer som ingår i populationen  $N_x(t)$  i genomsnitt  $x + \frac{1}{2}$  år gamla. På samma sätt kan man sluta sig till att de individer som ingår i populationen  $N_{x-1}(t-1)$  är i genomsnitt  $x - \frac{1}{2}$  år gamla.

Vi definierar nu *risktiden* för den  $x$ -åriga delen av populationen under kalenderåret  $t$  som summan av den tid som de individer som

är födda under kalenderåret  $t - x$  har varit del av beståndet under kalenderåret  $t$ . Risktiden betecknas med  $R_x(t)$ .

Om vi låter  $R_{x,i}(t)$  vara risktiden för individ  $i$  kan risktiden för den  $x$ -åriga delen av populationen skrivas som

$$R_x(t) = \sum_{i=1}^{N_x(t)} R_{x,i}(t). \quad (2.1.5)$$

Risktiden  $R_x(t)$  kan normalt inte anges exakt utan tillgång till exakt kunskap om när alla individer i populationen föds, tecknar försäkring av den typ som definierar beståndet respektive avlider. Istället approximerar vi risktiden med hjälp av

$$\hat{R}_x(t) = \frac{N_{x-1}(t-1) + N_x(t)}{2}. \quad (2.1.6)$$

Eftersom populationen  $N_x(t)$  är i genomsnitt  $x + \frac{1}{2}$  år gamla och populationen  $N_{x-1}(t-1)$  är i genomsnitt  $x - \frac{1}{2}$  år gamla kan man sluta sig till att  $\hat{R}_x(t)$  i genomsnitt beskriver risktiden för en  $x$ -årig population.

Vi definierar nu

$$D_x(t) = \text{antal individer som avlider under kalenderåret } t \text{ och} \\ \text{fyllde eller skulle ha fyllt } x \text{ år under kalenderåret } t. \quad (2.1.7)$$

Storheten  $N_x(t)$  är antalet individer som föddes kalenderåret  $t - x$  och levde i slutet av kalenderåret  $t$ . Vidare är  $D_x(t)$  antalet individer som föddes kalenderåret  $t - x$  och som avled under kalenderåret  $t$ . Om enda möjligheten att lämna beståndet är att avlida, och att inga nytillskott sker, gäller att  $N_{x-1}(t-1) = N_x(t) + D_x(t)$ . Denna relation gäller för befolkningsundersökningar så när som på migrationer som sker in och ut ur befolkningar. För försäkringsbestånd gäller dessutom att relationen påverkas av såväl nyteckning av försäkringar som försäkringar som upphör av andra skäl än dödsfall.



Ett sätt att numeriskt mäta hur stor del av ett försäkringsbestånd som lämnar beståndet på annat sätt än genom att avlida, vilket används senare i utredningen, är att ange kvoten

$$\xi_x(t) = \frac{N_{x-1}(t-1) - D_x(t)}{N_x(t)}. \quad (2.1.8)$$

Som nämnts ovan är det rimligt att anta att olika individerna föds likformigt under ett kalenderår. På samma sätt är det rimligt att anta att individer avlider likformigt under ett kalenderår. De individer som avlider ungefär i samband med sin födelsedag under kalenderåret  $t-x$  är då ungefär  $x$  år gamla. De individer som föddes i början av kalenderåret  $t-x$  och som avled i slutet av kalenderåret  $t$  var då de avled ungefär  $x+1$  år gamla då de avled. På samma sätt var de individer som föddes i slutet av kalenderåret  $t-x$  och avled i början av kalenderårets  $t$  ungefär  $x-1$  år gamla då de avled.

*Man kan därför konstatera att i genomsnitt var de  $D_x(t)$  individerna  $x$  år gamla då de avled.*

*Av praktiska skäl kommer vi hädanefter att referera till dödlighetsintensiteten för åldern  $x$  kalenderåret  $t$  som  $\mu_x(t)$ .*

Vi har också anledning att betrakta dödlighetsintensiteten för en viss ålder  $x$  med födelseår  $F$  vilken betecknas med  $\mu_x^*(F)$ . Vi inför begreppet *kohort* för individer med samma födelseår eller är födda under samma angivna tidsperiod.

En individ som uppnår åldern  $x$  under kalenderåret  $t$  är född kalenderår  $F = t - x$ . Det betyder att vi har sambandet

$$\mu_x^*(F) = \mu_x(x + F). \quad (2.1.9)$$

Vi kommer i resultaten nedan exempelvis att referera till kohorter av individer som är födda inom samma decennium.

En individ uppnår åldern  $x$  då individen passerar sin födelsedag. Vi kommer att ange åldrar som heltalsåldrar vilket innebär att en individ antas vara  $x$  år till dess individen uppnår sin nästa födelsedag. Vissa avgränsningar behöver göras vad avser åldrar som betraktas vilket anges i modellen som åldrarna  $x \in [x_{min}, \dots, x_{max}]$ .

Vidare låter vi  $t$  stå för kalenderår. Vi inför också begränsningen  $t \in [t_{min}, \dots, t_{max}]$  för de kalenderår som ingår i utredningen. Antalet

kalenderår är normalt ganska få eftersom av praktiska skäl observerade data brukar begränsas till ett fåtal år. Å andra sidan visar det sig att redan med fem observationsår kan man få en god uppfattning om trenden i ett observerat material. Vi har i denna utredning av olika skäl valt att använda just fem observationsår.

Vi skall nu diskutera fördelningen för antalet  $x$ -åriga individer som avlider under kalenderåret  $t$ , det vill säga fördelningen för  $D_x(t)$ . Det visar sig praktiskt att anta att dödlighetsintensiteten är konstant inom kvadrater i Lexisdiagram, det vill säga att  $\mu_{x+h}(t + \tau) = \mu_x(t)$  för  $(0 \leq h, \tau \leq 1)$ .

Om vi nu antar att de i populationen ingående individernas livslängder är sinsemellan oberoende och likafördelade kan man sluta sig till att  $D_x(t)$  är binomialfördelad. Vi skriver det som

$$D_x(t) \sim \text{Bin}(N_{x-1}(t-1), q_x(t)). \quad (2.1.10)$$

Mot bakgrund av att de flesta bestånden, för de olika åldrarna och kalenderåren, kan betraktas som stora kan binomialfördelningen approximeras med en Poissonfördelning om vissa förutsättningar är uppfyllda.

I sin vanliga form modellerar Lee-Cartermodellen egentligen logaritmen av dödligheten uttryckt antingen i termer av  $q$  eller  $\mu$ . Man brukar sedan använda så kallad *Singular Value Decomposition* för att skatta parametrarna i modellen. Vi har i den här utredningen valt att använda en teknik som bygger på Maximum-Likelihood-teknik som modellerar observerat antal avlidna individer.

Utgående från binomialfördelningen angiven i (2.1.10) ovan är det naturligt att tänka sig att man kan använda sig av en Poissonapproximation. Emellertid bygger binomialfördelningen i (2.1.10) på parametern  $q_x$  och inte på  $\mu_x$  för respektive åldrar  $x$ .

Modellen vi diskuterar här har analyserats av N. Brouhns et al, se [4]. I ett annat arbete visar D. R. Brillinger [2] visar att under förutsättningen att dödlighetsintensiteten är konstant inom kvadrater i Lexisdiagram, som vi infört ovan, kan man visa att antalet avlidna kan betraktas som Poissonfördelat. Genom att utnyttja det förhållandet får vi

$$D_x(t) \sim ap \text{Po}(R_x(t) \cdot \mu_x(t)) \quad (2.1.11)$$

där väntevärdet för den stokastiska variabeln  $D_x(t)$  är lika med  $R_x(t) \cdot \mu_x(t)$ . Även här gäller att risktiden kan skattas enligt (2.1.6).

Lee-Cartermodeller har getts olika formuleringar i litteraturen, där en av de första formuleringarna gavs av Lee-Carter i [12]. Den formuleringen av modellen bygger på de ettåriga döds sannolikheterna medan vi i den här utredningen skall använda dödlighetsintensiteterna. Vi väljer därför att modellera dödlighetsintensiteten enligt följande

$$\mu_x(t) = e^{\alpha_x + \kappa(t) \cdot \beta_x}. \quad (2.1.12)$$

Den här utredningen bygger uteslutande på en utjämning med användande av Lee-Cartermodellen. Det kan emellertid vara av intresse att göra vissa jämförelser med Makehamutjämning. Bland annat använder vi Makehamutjämning för olika kohorter i kommande kapitel. För att tydligt visa på skillnaden mellan Lee-Cartermodellen och Makehammodellen återger vi här den senare där vi också anger på vilket sätt kalenderår uppträder i modellen. Dödlighetsintensiteten  $\mu_x(t)$  anges på formen

$$\mu_x(t) = a_t + b_t \cdot c_t^x \quad (2.1.13)$$

där parametervektorn  $(a_t, b_t, c_t)$  skattas med lämplig metod, förslagsvis lämplig variant av minstakvadratmetoden, för varje kalenderår  $t$ . Som synes har kalenderåret ingen påverkan i modellen varför modellen saknar förmåga att skatta trender utan att man kombinerar skattningar av flera på varandra följande kalenderår.

I nästa avsnitt skall vi kortfattat beskriva vad som kan kallas för en klassisk Lee-Carterteknik som bygger på Singular Value Decomposition (SVD) som skattningsteknik.

Vi kommer emellertid att använda oss av en teknik som bygger på MaximumLikelihoodteori vilket beskrivs i Avsnitt 2.3.

## 2.2 Klassisk skattningsteknik i Lee-Carter-modellen

Klassisk skattningsteknik av Lee-Cartermodellen bygger på en minstakvadratanpassning av observerade data till den teoretiska modellen.

Om vi logaritmerar (2.1.12) och inför en felterm får vi

$$\ln[\hat{\mu}_x(t)] = \ln[\mu_x(t)] + \epsilon_x(t) = \alpha_x + \kappa(t)\beta_x + \epsilon_x(t) \quad (2.2.1)$$

där  $\epsilon_x(t)$  är feltermen.

Vi kan då bilda kvadratsumman av feltermerna vilken kan skrivas som

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= \sum_{t=t_{min}}^{t_{max}} \sum_{x=x_{min}}^{x_{max}} \epsilon_x(t)^2 = \\ &= \sum_{t=t_{min}}^{t_{max}} \sum_{x=x_{min}}^{x_{max}} [\ln(\hat{\mu}_x(t)) - \alpha_x - \kappa(t)\beta_x]^2. \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

Tekniken att skatta parametrarna med denna teknik finns beskriven i olika källor, see till exempel N. Brouhns et al [3]. Den normala tekniken är att man använder så kallad *Singular Value Decomposition* (SVD). Eftersom vi inte använder denna metod i denna utredning hänvisar vi den vetgirige läsaren till litteraturen. Den metod som vi använder i denna utredning redovisas i nästa avsnitt.

## 2.3 Skattningsteknik enligt ML-metoden i Lee-Cartermodellen

Vi skall nu härleda skattningarna av parametervektorerna  $\boldsymbol{\alpha}$ ,  $\boldsymbol{\kappa}$  och  $\boldsymbol{\beta}$  med användande av maximumlikelihoodmetoden. Parametervektorerna definieras genom  $\boldsymbol{\alpha} = \{\alpha_x; x = x_{min}, \dots, x_{max}\}$ ,  $\boldsymbol{\kappa} = \{\kappa(t); t = t_{min}, \dots, t_{max}\}$  och  $\boldsymbol{\beta} = \{\beta_x; x = x_{min}, \dots, x_{max}\}$ .

Likelihoodfunktionen kan då skrivas som

$$L(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\beta}) = \prod_{t=t_{min}}^{t_{max}} \prod_{x=x_{min}}^{x_{max}} P(D_x(t) = d_x(t)) =$$

$$= \prod_{t=t_{min}}^{t_{max}} \prod_{x=x_{min}}^{x_{max}} e^{-\lambda_x(t)} \cdot \frac{\lambda_x(t)^{d_x(t)}}{d_x(t)!} \quad (2.3.1)$$

där  $d_x(t)$  är observerat värde av den stokastiska variabeln  $D_x(t)$ .

Här har vi använt  $\lambda_x(t)$  vilket är det förväntade värdet av  $D_x(t)$ , det vill säga  $\lambda_x(t) = E[D_x(t)]$ , för att förenkla läsbarheten. Uttryckt i parametrarna  $\alpha_x, \kappa(t)$  och  $\beta_x$  kan  $\lambda_x(t)$  skrivas som

$$\lambda_x(t) = E[D_x(t)] = R_x(t) \cdot \mu_x(t) = R_x(t) \cdot e^{\alpha_x + \kappa(t) \cdot \beta_x}. \quad (2.3.2)$$

Den normala proceduren att finna maximum för  $L$ -funktionen är att först logaritmera likelihoodfunktionen och därefter maximera den logaritmerade likelihoodfunktionen. Vi får, efter att ha samlat ihop konstanterna i en term, benämnd *konstant*,

$$\begin{aligned} & \ln[L(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\beta})] = \\ & = \sum_{t=t_{min}}^{t_{max}} \sum_{x=x_{min}}^{x_{max}} [-\lambda_x(t) + d_x(t) \cdot \ln(\lambda_x(t))] + \textit{konstant}. \end{aligned} \quad (2.3.3)$$

Ersätter vi nu  $\lambda_x(t)$  med dess rätta uttryck i de aktuella parametrarna och förenklar skrivsättet något får vi

$$\ln L = \sum_{x,t} [-R_x(t) \cdot \mu_x(t) + d_x(t) \cdot \ln(R_x(t) \cdot \mu_x(t))] + \textit{konstant} \quad (2.3.4)$$

vilket med användning av (2.1.12) kan skrivas som

$$\begin{aligned} \ln L = \sum_{x,t} \left[ -R_x(t) \cdot e^{\alpha_x + \kappa(t) \cdot \beta_x} + d_x(t) \cdot (\alpha_x + \kappa(t) \cdot \beta_x) \right] + \\ + \textit{konstant}. \end{aligned} \quad (2.3.5)$$

Vi skall nu alltså maximera den logaritmerade likelihoodfunktionen angiven i (2.3.5). Funktionen är komplicerad och vi behöver använda en iterativ metod för att maximera funktionen eftersom parametrarna inte går att lösa ut analytiskt.

En traditionell Newton-Raphsonteknik är ej heller så lätt att använda i detta fall eftersom den funktion som skall maximeras har en förhållandevis komplicerad struktur. Istället skall vi använda en förenklad Newton-Raphsonteknik som går ut på att vi itererar en komponent i parametervariabeln i sänder. Metoden ges en allmän genomgång av i Avsnitt 2.4. Att via en algoritm estimerar parametrar i en loglinjär modell med bilinjära termer har tidigare också diskuterats till exempel av L. A. Goodman [8].

För att maximera den logaritmerade likelihoodfunktionen börjar vi med att skatta dödlighetsintensiteten med

$$\hat{\mu}_x(t) = \frac{d_x(t)}{\hat{R}_x(t)} \quad (2.3.6)$$

där  $d_x(t)$  är observerat värde av  $D_x(t)$  och  $\hat{R}_x(t)$  ges av (2.1.6).

För att kunna välja lämpliga startvärden av parametervektorens  $\alpha$ ,  $\kappa$  och  $\beta$  är det lämpligt att skapa en förståelse för vad de representerar. Parametrarna ( $\alpha_x, x = x_{min}, \dots, x_{max}$ ) kan ses som medelvärden av  $\ln[\mu_x(t)]$  över observationsåren  $t$ , parametrarna ( $\kappa(t), t = t_{min}, \dots, t_{max}$ ) representerar tidstrenden i dödlighetsintensiteten och ( $\beta_x, x = x_{min}, \dots, x_{max}$ ) indikerar känsligheten av logaritmen av dödlighetsintensiteten till tidstrenden.

Det är därför naturligt att som startvärden i iterationen välja

$$\hat{\alpha}_x^{(0)} = \frac{1}{t_{max} - t_{min} + 1} \sum_{t=t_{min}}^{t_{max}} \ln[\hat{\mu}_x(t)], \quad (2.3.7)$$

$$\hat{\kappa}^{(0)}(t) = \sum_{x=x_{min}}^{x_{max}} \hat{\beta}_x^{(0)} \cdot z_x(t) \quad (2.3.8)$$

där

$$z_x(t) = \ln[\hat{\mu}_x(t)] - \hat{\alpha}_x^{(0)} \quad (2.3.9)$$

och

$$\hat{\beta}_x^{(0)} = \frac{1}{x_{max} - x_{min} + 1}. \quad (2.3.10)$$

Vi skall nu tillämpa den allmänna iterationstekniken beskriven i Avsnitt 2.4. Vi behöver då välja en steglängd  $h$  och för enkelhets skull väljer vi  $h = 1$ . Enligt teorin i Avsnitt 2.4 rekommenderas att använda en kortare steglängd. Det visar sig emellertid att det fungerar väl med steglängden  $h = 1$  varför vi nöjer oss med den steglängden. Om vi nu tillämpar de allmänna iterationsformlerna (2.4.14) - (2.4.16) får vi

$$\hat{\alpha}_x^{(\nu+1)} = \hat{\alpha}_x^{(\nu)} - \frac{\sum_t [d_x(t) - \hat{R}_x(t) \cdot \exp(\hat{\alpha}_x^{(\nu)} + \hat{\kappa}^{(\nu)}(t) \cdot \hat{\beta}_x^{(\nu)})]}{-\sum_t [\hat{R}_x(t) \cdot \exp(\hat{\alpha}_x^{(\nu)} + \hat{\kappa}^{(\nu)}(t) \cdot \hat{\beta}_x^{(\nu)})]}, \quad (2.3.11)$$

$$\begin{aligned} \hat{\kappa}^{(\nu+1)}(t) &= \hat{\kappa}^{(\nu)}(t) - \\ &= \frac{\sum_x [d_x(t) - \hat{R}_x(t) \cdot \exp(\hat{\alpha}_x^{(\nu+1)} + \hat{\kappa}^{(\nu)}(t) \cdot \hat{\beta}_x^{(\nu)})] \hat{\beta}_x^{(\nu)}}{-\sum_t [\hat{R}_x(t) \cdot \exp(\hat{\alpha}_x^{(\nu+1)} + \hat{\kappa}^{(\nu)}(t) \cdot \hat{\beta}_x^{(\nu)})] (\hat{\beta}_x^{(\nu)})^2} \end{aligned} \quad (2.3.12)$$

samt

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_x^{(\nu+1)}(t) &= \hat{\beta}_x^{(\nu)}(t) - \\ &= \frac{\sum_x [d_x(t) - \hat{R}_x(t) \cdot \exp(\hat{\alpha}_x^{(\nu+1)} + \hat{\kappa}^{(\nu+1)}(t) \cdot \hat{\beta}_x^{(\nu)})] \hat{\kappa}^{(\nu+1)}(t)}{-\sum_t [\hat{R}_x(t) \cdot \exp(\hat{\alpha}_x^{(\nu+1)} + \hat{\kappa}^{(\nu+1)}(t) \cdot \hat{\beta}_x^{(\nu)})] (\hat{\kappa}^{(\nu+1)}(t))^2}. \end{aligned} \quad (2.3.13)$$

Efter varje iteration normeras den uppsättning skattningar man får fram enligt bivillkoren (2.4.1) - (2.4.2). Tekniken för normeringen ges av (2.4.17) - (2.4.21). Notera att vi här löpande uppdaterar de

skattade parametrarna en och en medan i den allmänna modellen i Avsnitt 2.4 görs uppdateringarna stegvis för alla parametrar.

Man kan diskutera hur många iterationer som behövs för att uppnå en rimlig noggrannhet. Konvergensen är förhållandevis snabb vilket innebär att man kan nöja sig med relativt få iterationer. I utredningen har vi valt att ha

$$\left| \frac{MLE^{(\nu+1)}}{MLE^{(\nu)}} \right| < 10^{-20} \quad (2.3.14)$$

som avbrottskriterium för iterationerna där

$$MLE^{(\nu)} = \sum_{x,t} [d_x(t) \cdot (\hat{\alpha}_x^{(\nu)} + \hat{\kappa}^{(\nu)}(t) \cdot \hat{\beta}_x^{(\nu)}) - \hat{R}_x(t) \cdot \exp(\hat{\alpha}_x^{(\nu)} + \hat{\kappa}^{(\nu)}(t) \cdot \hat{\beta}_x^{(\nu)})]. \quad (2.3.15)$$

## 2.4 Iterationsteknik enligt Newton-Raphson

Vi skall i det här avsnittet redovisa hur man kan använda sig av en Newton-Raphsonteknik för att skatta parametrarna i den Lee-Cartermodell som formulerats i Avsnitt 2.1. Speciellt är den funktion som skall maximeras med avseende på dess parametervariabler angiven i (2.3.5).

Innan vi ger oss i kast med själva iterationstekniken skall vi först konstatera att det finns linjära samband i modellen mellan parametrarna. Det är därför ingen inskränkning av modellen att anta, till exempel, att

$$\sum_t \kappa(t) = 0 \quad (2.4.1)$$

och

$$\sum_x \beta_x = 1. \quad (2.4.2)$$

Man kan illustrera att dessa normeringar ej påverkar skattningen av  $\mu_x(t)$  genom följande resonemang.



Betrakta en uppsättning godtyckliga värden på  $\alpha_x$ ,  $\kappa(t)$  och  $\beta_x$ . Om vi nu gör de linjära transformationerna  $\alpha'_x = \alpha_x + c \cdot \beta_x$ ,  $\kappa'(t) = d \cdot (\kappa(t) - c)$  och  $\beta'_x = \beta_x/d$  får vi samma värde på  $\mu_x(t)$ . Man kan därför välja konstanterna  $c$  och  $d$  efter godtycke.

*Exempel 1:* Med  $c = \frac{1}{n} \sum_t \kappa(t)$  blir  $\sum_t \kappa'(t) = 0$ .

*Exempel 2:* Med  $d = \sum_x \beta_x$  blir  $\sum_x \beta'_x = 1$ .

*Exempel 3:* Om man vill att  $\alpha'_x = m_x(T)$  för något särskilt kalenderår  $T$ , kan man sätta  $\alpha'_x = m_x(T)$ ,  $\kappa'(t) = \kappa(t) - \kappa(T)$  och  $\beta'_x = \beta_x$ .

Även om man som synes kan använda olika normeringar väljer vi bivillkoren (2.4.1) och (2.4.2).

För att hitta maximum för funktionen angiven i (2.3.5) borde man bilda gradientvektorn och andraderivatmatrisen, och med en Newton-Raphsonmetodik iterativt söka sig fram till en maximipunkt. Den allmänna teorin för detta problem kan formuleras som följer:

*Vi har en endimensionell funktion  $f(x)$  av en  $k$ -dimensionell variabel  $x$ , som uppfattas som en kolumnvektor. Vi betecknar gradientvektorn (som också är en kolumnvektor) i punkten  $x$  med  $g(x)$  och andraderivatmatrisen i punkten  $x$  med  $B(x)$ . Taylorutveckling av funktionen och dess gradient i punkten  $a$  har formen*

$$f(x) = f(a) + g(a)^T \cdot (x - a) + \frac{1}{2} \cdot (x - a)^T \cdot B(a) \cdot (x - a) + \text{+termer av högre ordning} \quad (2.4.3)$$

*respektive*

$$g(x) = g(a) + B(a) \cdot (x - a) + \text{+termer av högre ordning} \quad (2.4.4)$$

där superindex  $T$  står för transponering.

Om matrisen  $B(a)$  är positivt eller negativt definit så har den andragsydya som representeras av de första termerna i utvecklingen

sin extrempunkt i den punkt där gradienten är lika med noll, nämligen i punkten  $x = a - B(a)^{-1}g(a)$ . Newton-Raphsoniterationen mot extrempunkten sker då genom att bilda en följd  $(x_n)$ , där  $x_0$  är en första gissning och  $x_{n+1} = x_n - B(x_n)^{-1}g(x_n)$ .

Emellertid blir denna allmänna metod rätt komplicerad. Andraderivatmatrisen har hög ordning och det stöter på problem att beräkna dess invers. I stället fungerar en förenklad iterationsmetod, där man itererar en komponent av parametervariabeln i sänder. Vi bildar, utgående från (2.3.5), därför

$$\frac{d \ln L}{d \alpha_x} = \sum_t \left[ -R_x(t) \cdot e^{\alpha_x + \kappa(t) \cdot \beta_x} + d_x(t) \right], \text{ för alla } x, \quad (2.4.5)$$

$$\frac{d \ln L}{d \kappa(t)} = \sum_x \left[ -R_x(t) \cdot \beta_x \cdot e^{\alpha_x + \kappa(t) \cdot \beta_x} + d_x(t) \cdot \beta_x \right], \text{ för alla } t, \quad (2.4.6)$$

$$\frac{d \ln L}{d \beta_x} = \sum_t \left[ -R_x(t) \cdot \kappa(t) \cdot e^{\alpha_x + \kappa(t) \cdot \beta_x} + d_x(t) \cdot \kappa(t) \right], \quad \text{för alla } x. \quad (2.4.7)$$

Ekvationerna (2.4.5) - (2.4.7) kan med hjälp av tidigare införda beteckningar skrivas på ett enklare sätt. Genom att utnyttja (2.3.2), som anger väntevärdet för  $D_x(t)$ , får vi

$$\frac{d \ln L}{d \alpha_x} = \sum_t [d_x(t) - \lambda_x(t)], \text{ för alla } x, \quad (2.4.8)$$

$$\frac{d \ln L}{d \kappa(t)} = \sum_x [d_x(t) - \lambda_x(t)] \cdot \beta_x, \text{ för alla } t, \quad (2.4.9)$$

$$\frac{d \ln L}{d \beta_x} = \sum_t [d_x(t) - \lambda_x(t)] \cdot \kappa(t), \text{ för alla } x. \quad (2.4.10)$$

På samma sätt fås förandraderivatorna

$$\frac{d^2 \ln L}{d\alpha_x^2} = - \sum_t \lambda_x(t), \text{ för alla } x, \quad (2.4.11)$$

$$\frac{d^2 \ln L}{d\kappa^2(t)} = - \sum_x \beta_x^2 \cdot \lambda_x(t), \text{ för alla } t, \quad (2.4.12)$$

$$\frac{d^2 \ln L}{d\beta_x^2} = - \sum_t \kappa^2(t) \cdot \lambda_x(t), \text{ för alla } x. \quad (2.4.13)$$

Iterationen sker nu steg för steg genom att vi börjar med de givna värdena  $\alpha_x^{(0)}$ ,  $\kappa^{(0)}(t)$ ,  $\beta_x^{(0)}$  som uppfyller bivillkoren (2.4.1) och (2.4.2). Därefter bildar vi preliminära nya värden genom

$$\alpha_x^{(1)} = \alpha_x^{(0)} + h \cdot \frac{\sum_t [d_x(t) - \lambda_x(t)]}{\sum_t \lambda_x(t)}, \quad (2.4.14)$$

$$\kappa^{(1)}(t) = \kappa^{(0)}(t) + h \cdot \frac{\sum_x [d_x(t) - \lambda_x(t)] \cdot \beta_x}{\sum_x \lambda_x(t) \cdot \beta_x^2(t)}, \quad (2.4.15)$$

$$\beta_x^{(1)} = \beta_x^{(0)} + h \cdot \frac{\sum_t [d_x(t) - \lambda_x(t)] \cdot \kappa(t)}{\sum_t \lambda_x(t) \cdot \kappa^2(t)}. \quad (2.4.16)$$

Här har i iterationen införts en steglängdsparameter  $h$ . Orsaken är att den riktiga iterationen utnyttjar inversen av andraderivatsmatrisen. Den ger ett samlat värde på krökningen av den yta som representeras av den funktion som ska maximeras. Andraderivatans med avseende på en enskild variabel är ett mått på krökningen i just den variabelns riktning. Denna krökning kan vara mycket mindre (vilket motsvarar större krökningsradie), vilket i sin tur leder till att extremvärdet förläggs längre bort. Parametern  $h$  ges därför ett värde som är mindre än 1.

Därefter normeras de preliminära värdena på sätt som angivits ovan, så att bivillkoren uppfylls. Följande iterativa steg kan nu beskrivas genom successiva upprepningar av (2.4.14) - (2.4.16). Den iterativa processen beskrivs genom att de nya värdena för  $\alpha_x$ ,  $\kappa(t)$  och  $\beta_x$  i iterationen sätts till

$$\alpha_x^{(\nu+1)} = \alpha_x^{(\nu)} + c \cdot \beta_x^{(\nu)}, \quad (2.4.17)$$

$$\kappa^{(\nu+1)}(t) = (\kappa^{(\nu)}(t) - c) \cdot d, \quad (2.4.18)$$

$$\beta_x^{(\nu+1)} = \beta_x^{(\nu)} / d, \quad (2.4.19)$$

där

$$c = \frac{1}{n} \sum_t \kappa^{(\nu)}(t) \quad (2.4.20)$$

och

$$d = \sum_x \beta_x^{(\nu)}. \quad (2.4.21)$$

I tillämpningar kan man till exempel välja  $h$  till 0,1 eller 0,05. Tillräcklig noggrannhet uppnås då normalt efter 20–100 iterationer. Andra värden på  $h$  kan också användas även om de bör hållas relativt små.

## 2.5 Relationer mellan $\mu$ och $q$

Man kan ibland hamna i situationer där man behöver nyttja skattningar av  $\mu$  för att ange en skattning av  $q$  eller tvärtom. Det finns nära samband mellan dessa storheter som kan vara bra att använda sig av. Vi skall i detta avsnitt hålla oss till ett enskilt observationsår, vilket vi för enkelhets skull ej anger i notationen.

Betrakta en individ som är  $x$ ,  $x \geq 0$ , år gammal och låt  $T_x$  vara individens återstående livslängd. Fördelningen för  $T_x$  anges som  $F_{T_x}$ . Vidare definierar vi överlevelsefunktionen  $l_x$  genom sambandet  $l_x(t) = 1 - F_{T_x}(t)$ ,  $t \geq 0$ . Man kan konstatera att  $l_x(t) = l_0(x+t)/l_0(x)$ . För att förenkla beteckningarna sätter vi  $l_0 = l$ .

Om vi nu antar att  $T_x$  är kontinuerlig, vilket inte på något vis innebär någon inskränkning då man betraktar livslängder hos individer, kan man definiera dödlighetsintensiteten  $\mu_x$  som  $\mu_x = f(x)/(1 - F(x))$  där  $f(x) = F'(x)$ .

När man skall studera relationer mellan  $q$  och  $\mu$  kan man med fördel nyttja det faktum att

$$l(x) = \exp\left(-\int_0^x \mu_s ds\right) \quad (2.5.1)$$

kombinerat med sambandet mellan den ettåriga dödssannolikheten för en  $x$ -årig individ,  $q_x = P(T_x \leq 1)$ , och  $\mu_x$  vilket kan skrivas

$$q_x = 1 - \exp\left(-\int_x^{x+1} \mu_s ds\right). \quad (2.5.2)$$

Låt oss nu anta att  $\mu_s$  är konstant på intervallet  $(x, x+1)$  och för att uppnå bästa möjliga approximation sätter vi då  $\mu_s = \mu_{x+\frac{1}{2}}$ . Det innebär att vi från (2.5.2) får

$$\ln(1 - q_x) = -\int_x^{x+1} \mu_s ds \approx \mu_{x+\frac{1}{2}}. \quad (2.5.3)$$

Om vi nu antar att  $q_x$  är litet, vilket gäller i alla normala fall utom i riktigt höga åldrar, kan vi MacLaurinutveckla  $\ln(1 - q_x)$  runt  $x = 0$  vilket ger

$$\ln(1 - q_x) \approx 0 - q_x - \frac{q_x^2}{2} = -q_x\left(1 + \frac{q_x}{2}\right). \quad (2.5.4)$$

Genom att förlänga högra ledet i (2.5.4) med  $(1 - \frac{q_x}{2})$  får vi

$$\ln(1 - q_x) \approx 0 - q_x - \frac{q_x^2}{2} = -q_x \frac{(1 - \frac{q_x^2}{4})}{1 - \frac{q_x}{2}} \approx -\frac{q_x}{1 - \frac{q_x}{2}}. \quad (2.5.5)$$

Vi har därmed etablerat relationen

$$\mu_{x+\frac{1}{2}} \approx \frac{q_x}{1 - \frac{q_x}{2}}. \quad (2.5.6)$$

Man kan skriva om denna approximativa likhet som

$$q_x \approx \frac{\mu_{x+\frac{1}{2}}}{1 + \frac{\mu_{x+\frac{1}{2}}}{2}}. \quad (2.5.7)$$

Approximationerna i (2.5.6) och (2.5.7) kan förbättras genom att i MacLaurinutvecklingen ta med termer av högre ordning.

## Kapitel 3

# Befolkningsdödligheten

Den här undersökningens huvudsakliga uppgift har inte varit att undersöka dödligheten i den svenska befolkningen. Denna uppgift sköts av Statistiska Centralbyrån, vilken vart tredje år publicerar befolkningsprognoser. Den senaste prognosen sträcker sig till 2050 och innehåller såväl antaganden om dödlighet, fruktsamhet som migration.

Det finns dock en viktig anledning till att även studera dödligheten för befolkning inom ramen för försäkringsdödligheten. Syftet med detta är att skapa en solid grund för trendestimering av den framtida försäkringsdödligheten. Befolkningen har till skillnad från försäkringskollektivet en någorlunda homogen sammansättning över tiden. Framförallt beståndet med frivilliga försäkringstagare förändras över tiden och det går inte avgöra om variationer i dödligheten beror på att dödligheten verkligen förändrats eller om det är det studerade kollektivet som växlat. Eftersom vi inte kan härleda den egentliga orsaken till förändringar i försäkringsdödligheten annat än på en mycket översiktlig nivå är befolkningsdödligheten den mest lämpade grunden för att skatta framtida dödlighet även för försäkringsdödligheten.

Det grundläggande antagandet om den framtida försäkringsdödligheten är alltså att utvecklingen följer befolkningsdödligheten och det är därför viktigt att befolkningsdödligheten analyseras grundligt.

Dödlighetsintensiteten beräknas med hjälp Lee-Carters modell med Poisson-fördelade dödsfall. Metodiken har beskrivits närmare i Kapitel 2.

### 3.1 Observationer och skattningar

Resultaten presenterade i den här rapporten bygger på skattningar utifrån data från SCB över den svenska befolkningen. Dataunderlaget innehåller folkmängden vid årets slut från åren 1968-2005 i åldrarna 0 till 99 år, samt antalet dödsfall under samma tidsperiod. Antalet dödsfall är sorterade efter kalenderår och avser de personer som har eller skulle ha uppnått angiven ålder under året.

Mellan åren 1968-2005 ökade Sveriges befolkning från 7,9 till 9 miljoner. Ökningen kan härledas både till födda individer samt till en nettoinvandring då det skett ett nettotillskott av individer i befolkningen av annat än nyfödda.

Under perioden avled i genomsnitt 43 000 kvinnor och 47 000 män per år. År 1968 var medelåldern vid dödsfall 74 år för kvinnor och 70 år för män. 2005 hade medelåldern vid dödsfall ökat till 81,5 år för kvinnor och 76,5 år för män.

Utvecklingen har alltså gått och går mot en allt högre ålder vid dödsfall. De senaste 50 åren har minskningen i dödligheten främst berott på att dödligheten i kroniska sjukdomar minskat till skillnad från 1950 då minskningen främst berodde på en minskad risk att dö i infektions-, respirations- och bristsjukdomar, se [20].

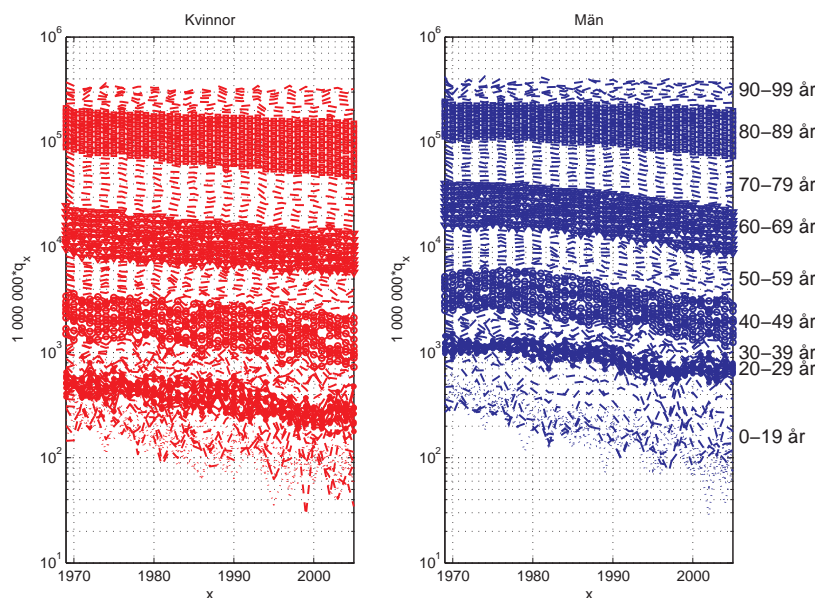
#### 3.1.1 Val av data för skattning parametrarna i Lee-Cartermodellen

Skattningen av parametrarna i Lee-Cartermodellen beror på vilken tids- och åldersgrupp som skattningen görs på. En vanligt förekommande tumregel är att använda observationer från lika många år bakåt i tiden som ska skattas i framtiden. Projektionen av dödligheten i den här undersökningen kommer att sträcka sig fram till 2080. Tillämpningen av tumregeln leder alltså till att ett behov av data från tidigt 1940-tal.

Då tidsserien med dödlighetsdata från 1940 och framåt innehåller en stor påverkan från yttre faktorer som såväl krigsår som medicinska landvinningar blir tidsserien mycket osäker och ålderseffekterna svårtolkade. Förändringar i dödligheten hos den svenska befolkningen diskuteras närmare i [14]. Vi har därför inom ramen för för den här dödlighetsundersökningen valt att inte tillämpa tumregeln i likhet med SCB i sin befolkningsframskrivning [20].



Dödlighetsberäkningarna görs här, mot bakgrund av resonemanget ovan, på data från 1985-2005. Förklaringen till de val av data som gjort finns till stor del även att utläsa i Figur 3.1. Figuren visar förväntat antal döda under ett år i en population på 1 000 000 individer (10-logaritmisk skala) i åldrarna 1 till 99 år.



Figur 3.1: Ettåriga dödssannolikheter (ggr 1 000 000) i den svenska befolkningen, 1968-2005

I låga åldrar, 1-30 år, är variationerna mellan åren stora, vilket leder till att det inte går att skönja en tydlig trend. För gruppen 0-20 år går det heller att se ett samband mellan ökande ålder och ökad dödssannolikhet. I åldersgrupperna 21-29 år är data mindre volatilt men det är fortfarande svårt att uttyda en tydlig trend.

Däremot är trenden tydlig för både kvinnor och män i åldrarna 30-90 år. För män sker en förändring runt 1985 och dödligheten minskar med större hastighet än tidigare. Detta tydliga trendbrott sker inte för kvinnor vilket gör att dödligheten efter mitten av 80-talet har minskat mer för män än kvinnor.

För att avgöra hur väl modellen anpassas till data studeras även residualerna, vilka återges i Figur 3.2 och 3.3. Då residualerna inte

uppvisar ett något systematiskt mönster är de slumpmässiga till sin storlek och därmed innehåller skattningen inte heller några systematiska fel.

### 3.1.2 Dödligheten i höga åldrar

Dödligheten för individer över 90 år kan inte prognostiseras med tidigare angiven metodik utan måste behandlas separat, både vad gäller den data som används och skattningen av parametrarna.

Studier på befolkningsdata visar att dödligheten hos individer som är födda utanför Norden är högre i unga åldrar men betydligt lägre än befolkningen i stort i höga åldrar. Detta beror antagligen på att personer som flyttat tillbaka till sitt hemland inte tas bort ur det svenska befolkningsregistret. Dödsfall registreras då inte heller och individen får därmed evigt liv i svensk folkbokföring. För att motverka effekterna av detta problem har endast data över individer folkbokförda i Sverige som är födda i Sverige eller de andra nordiska länderna<sup>1</sup> används vid beräkningarna av dödligheten i åldern 91 år och äldre.

Även för äldre åldrar används Lee-Carter modellen men med en modifierad skattningsteknik. Trendparametern  $\kappa(t)$  som erhöles med hjälp av tidigare beskriven metodik används även för högre åldrar.  $\alpha_x$  skattas med hjälp av (2.3.7) för åldrarna 91-103 år.

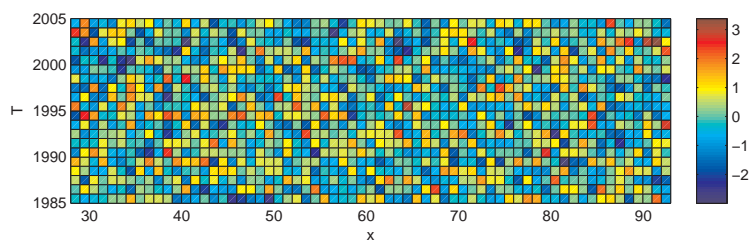
Materialet för åldrarna 91 år och över är inte tillräckligt stort för att användas till att skatta  $\beta_x$  med tidigare angiven metodik. Istället görs ett antagande att trendfaktorns inverkan på dödlighetsintensiteten avtar linjärt från det skattade värdet vid 91 års ålder till 0 vid 100 år. Därefter antas dödligheten inte förbättras över tiden, det till säga  $\beta_x = 0$ .

## 3.2 Resultat

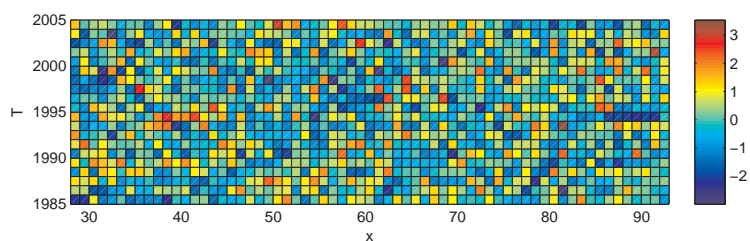
Beskrivningen av resultaten av parameterskattningen på befolkningsdata inleds med en analys av själva parametrarna. Därefter beskrivs den effekt som dessa har på dödligheten, både sett utifrån ålder och kalenderår, *kalenderdödlighet*, samt omräknat till dödlighet per ålder och födelseår, *kohortdödlighet*. Främst studeras ettåriga dödssannolikheter och återstående medellivslängd.

---

<sup>1</sup>Mellan de nordiska länderna sker en samordning av befolkningsregistren



Figur 3.2: Residualer från MLE-skattningen av Lee-Cartermodellens parametrar - Kvinnor



Figur 3.3: Residualer från MLE-skattningen av Lee-Cartermodellens parametrar - Män

### 3.2.1 Lee-Cartermodellens parametrar

I Figur 3.4 visas den första parametern i Lee-Carters modell,  $\alpha_x$ . Parametern  $\alpha_x$  kan tolkas som den logaritmerade medeldödlighetsintensiteten i respektive ålder under den studerade tidsperioden. För kvinnor och män innehåller dock  $\alpha_x$  både en del små lutningsförändringar samt längre och mer utdragna variationer från en rät linje.

Om lutningen på båda kurvorna studeras noga upptäcks att lutningen förändras med ökande ålder. För kvinnor är  $\alpha_x$  förhållandevis instabilt fram till 50-årsåldern.

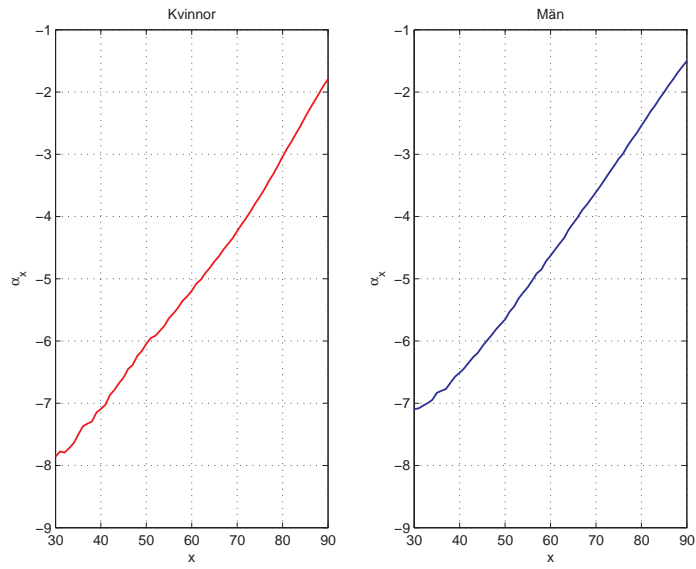
Lutningen för  $\alpha_x$  för kvinnor förändras även i 75-årsåldern. Detta kommer att få betydelse för hur väl dödlighetsintensiteten från Lee-Cartermodellen kan anpassas till en parametrisk Makehamkurva, vilket studeras för försäkringskollektivet i Kapitel 4.

Parametern  $\alpha_x$  för män uppvisar samma fenomen som för kvinnorna i åldrar under 50 år. Därefter förändras däremot inte lutningen hos  $\alpha_x$ -kurvan för män med stigande ålder. Från Figur 3.4 ser vi att  $\alpha_x$  är något högre för män än för kvinnor, vilket även stämmer väl med den empiriska dödlighetsintensiteten.

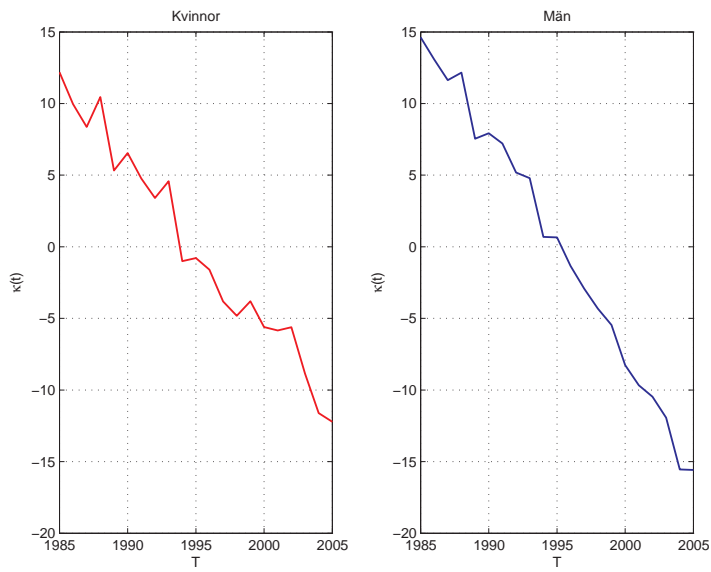
Då istället trenden i dödligheten studeras framkommer dock större skillnader mellan kvinnor och män. Modellens  $\beta_x$ -term kan tolkas som genomslaget av trendfaktorn  $\kappa(t)$  i olika åldrar. Ju högre  $\beta_x$  desto större genomslag har trendfaktorn. Då  $\kappa(t)$  är avtagande, vilket framgår av Figur 3.5 kommer således dödlighetsintensiteten att minska mer över tiden i åldrar med höga  $\beta_x$ -värden än sådana med lägre.

Figur 3.6 visar att trenden i dödligheten kommer att variera både beroende på ålder och kön. Vi kan se att trenden har ett mer jämnt genomslag över olika åldrar för män än för kvinnor, förutom i höga åldrar där minskningen av dödligheten avtar för båda könen och trenden inte får lika stort genomslag. Kvinnor har en högre minskning än män i åldern 30-45 år. Däremot är minskningen av dödligheten högre för män i åldrarna 45-75 år.

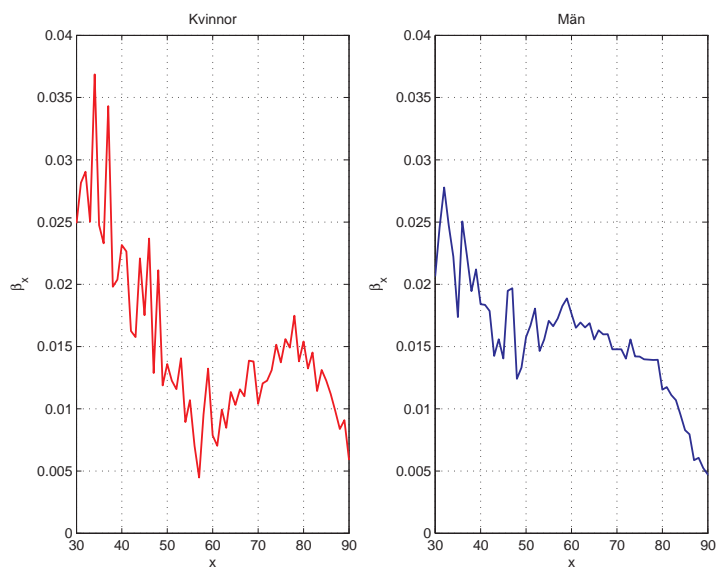
Då de tre parametrarna  $\alpha_x$ ,  $\kappa(t)$  och  $\beta_x$  sätts samman fås den logaritmerade dödlighetsintensiteten för ålder  $x$  år  $t$ . Figur 3.7 visar  $\alpha_x + \kappa(t)\beta_x$  för åldrar 30-90 år 1985, 1990, 1995, 2000 och 2005 samt ett medelvärde för åren 1985-2005. Av figuren framgår tydligt att dödlighetsintensiteten avtar över tiden.



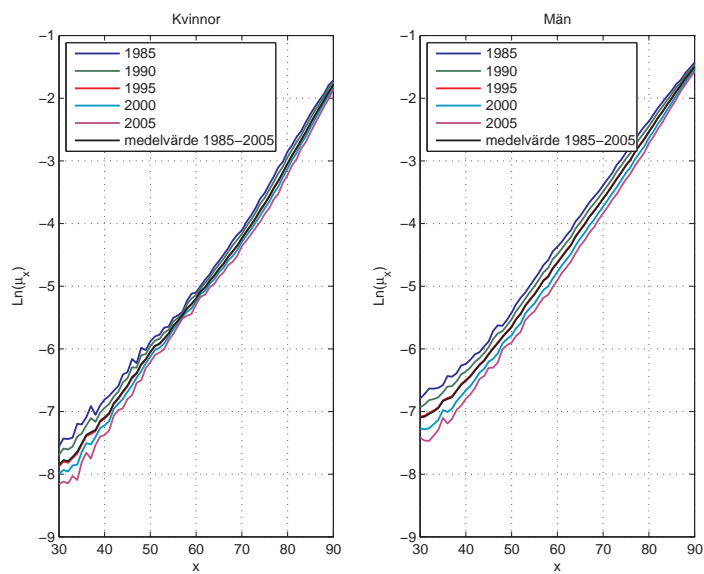
Figur 3.4: Parametern  $\alpha_x$  för ålder 30-90 år - Kvinnor och Män



Figur 3.5: Parametern  $\kappa(t)$  1985-2005 - Kvinnor och Män



Figur 3.6: Parametern  $\beta_x$  för ålder 30-90 år - Kvinnor och Män



Figur 3.7: Modellanpassning,  $\alpha_x + \kappa(t)\beta_x$ , ålder 30-90 år, 1985-2005 - Kvinnor och Män

### 3.2.2 Utjämning av Lee-Cartermodellens parametrar

I Figur 3.8 har en linjär trend skattats med minsta-kvadratmetoden utifrån den estimerade  $\kappa(t)$ -faktorn. För att förenkla jämförelsen mellan kvinnor och män har samma gradering av y-axeln använts. Den skattade trenden i  $\kappa(t)$  används för både kvinnor och män i prognosen fram till år 2050. Därefter använts en halverad lutning för  $\kappa(t)$ -linjen fram till år 2080.

I Figur 3.7 har de skattade parametrarna använts direkt utan modifiering. Dödlighetsintensiteten blir periodvis mycket ojämn, särskilt i låga åldrar, och inte monotont stigande med ökande ålder. Detta fenomen är inte realistiskt och därför görs en viss utjämning av  $\kappa(t)$  och  $\beta_x$ .

Parametern  $\beta_x$  utjämnas med hjälp av glidande 5-års medelvärden. Resultatet framgår av Figur 3.9. Det är främst dödlighetstrendens genomslag i låga åldrar som påverkas av utjämningen. För män över 60 år följer den utjämnade  $\beta$ -termen den ursprungliga.

Parametrarna  $\alpha_x, \kappa_t$  och  $\beta_x$  ger tillsammans dödlighetsintensiteten år  $t$  för ålder  $x$  enligt formel (2.1.12).

### 3.2.3 Perioddödlighet - projektion över framtida dödlighet

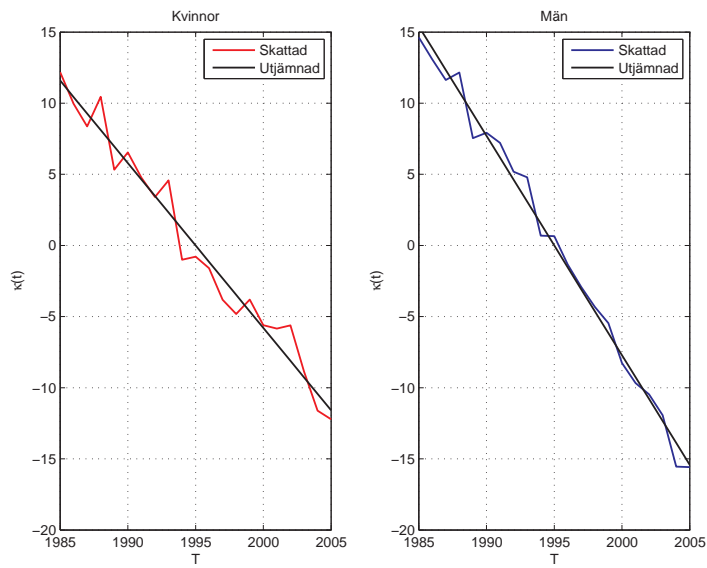
Med hjälp av  $\alpha_x$  och de utjämnade  $\kappa_t$ - och  $\beta_x$ -termerna i Figur 3.4, 3.8 samt 3.9 görs en skattning av den framtida dödlighetsintensiteten utifrån ålder och kalenderår. Detta får betydande effekter för kohortdödligheten.

Det som främst påverkar den framtida dödligheten är trenden och vilken inverkan den har i olika åldrar, det vill säga kombinationen av värdena på  $\kappa(t)$  och  $\beta_x$ . Lee-Cartermodellens  $\alpha_x$ -term sätter startnivån på dödligheten.

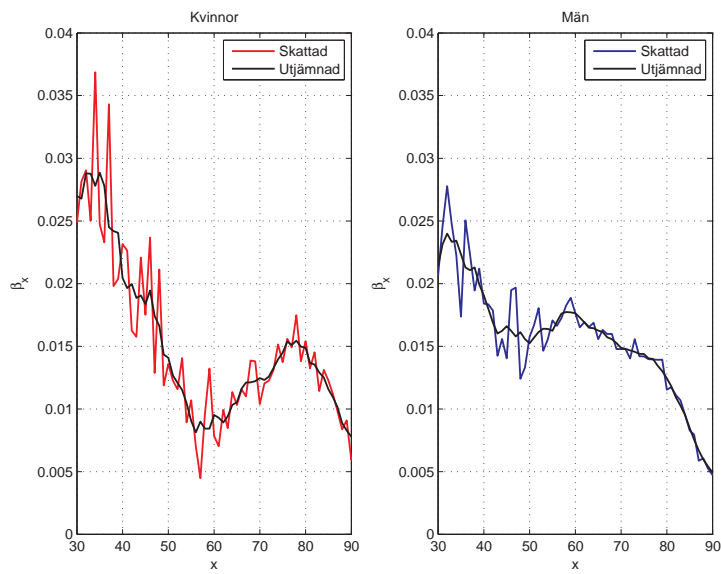
### Ettåriga dödssannolikheter

I Figur 3.10 och 3.11 visas de ettåriga dödssannolikheterna per kalenderår 2007-2080 för kvinnor respektive män.

De båda graferna visar tydligt att trenden syns tydligast på dödligheten i åldrar strax över 30 år. Det är också i dessa åldrar som trendgenomslagsfaktorn,  $\beta_x$ , är som störst (se Figur 3.9). För kvinnor avtar trendens inverkan på dödligheten och når ett minimum i

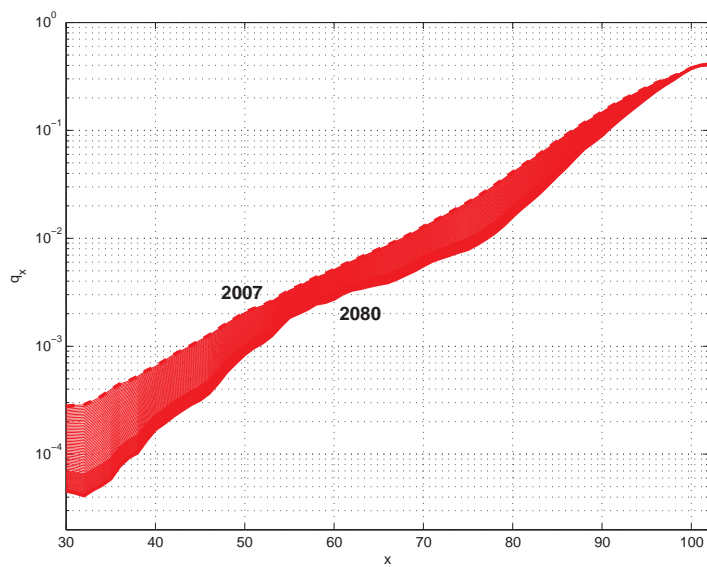


Figur 3.8: Skattade och utjämnade  $\kappa(t)$  för ålder 1985-2005 - Kvinnor och Män

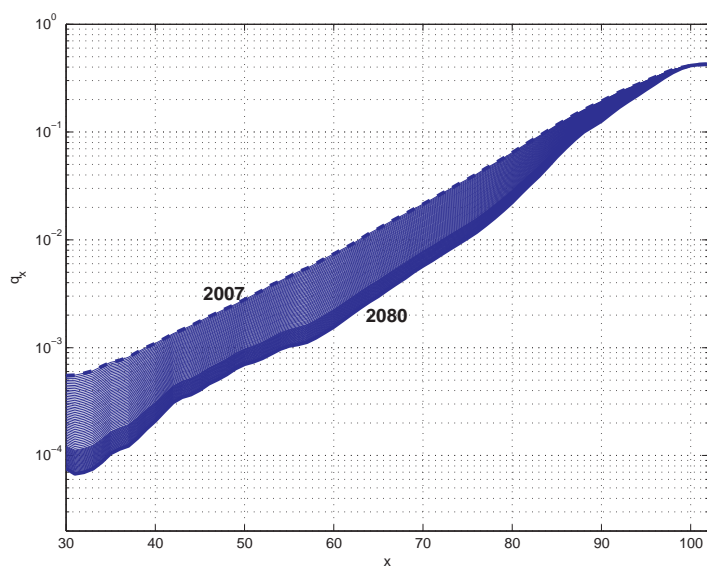


Figur 3.9: Skattade och utjämnade  $\beta_x$  för ålder 30-90 år - Kvinnor och Män





Figur 3.10: Ettåriga dödssannolikheter per kalenderår - Kvinnor



Figur 3.11: Ettåriga dödssannolikheter per kalenderår - Män

55-60-årsåldern och i dessa åldrar minskar också dödligheten minst, vilket framgår av Figur 3.10. Mellan 65-75 år blir trenden åter tydligare i dödligheten för kvinnorna men de relativa skillnaderna mellan prognosåren blir inte så stora som för de åldrar då minskningen i dödligheten var som störst, på grund av att  $\beta_x$ -termen inte är så stor. Efter 75-årsåldern minskar åter trenden för att helt avta efter 100 års ålder.

Dödligheten för kvinnor år 2080 kommer, på grund av trendens olika inverkan beroende på ålder, inte att följa en exponentiell kurva (vilket motsvarar en linjär kurva för de logaritmerade ettåriga dödssannolikheterna). Detsamma gäller även för männen, men då trenden och trendgenomslaget är annorlunda för männen skiljer sig männens dödlighet 2080 från kvinnornas.

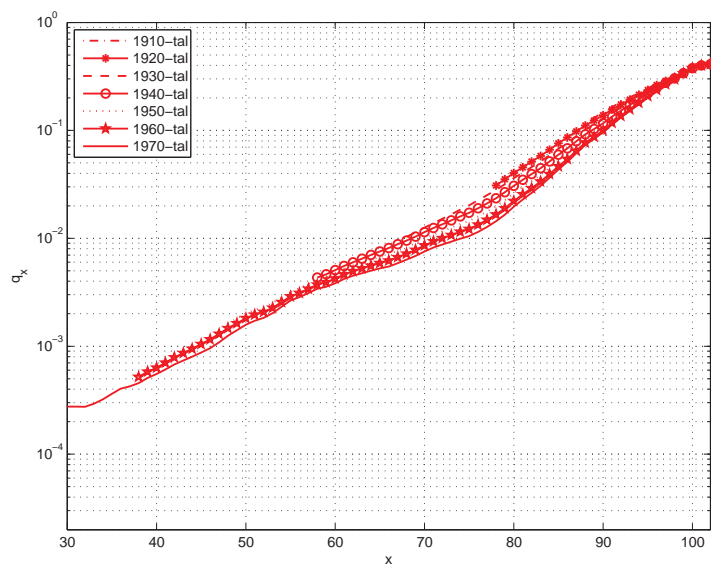
Den största skillnaden mellan dödligheten år 2007 och år 2080 finns även för männen i åldrarna strax över 30 år. Därefter avtar inverkan av trenden med ökande ålder. De relativa skillnaderna mellan dödligheten i prognosperiodens början och slut ökar svagt mellan 50-60-årsåldern men minskar sedan fram till 100-årsåldern då trenden inte antas ha någon inverkan. Männens dödlighet minskar under prognosperioden relativt mycket mer än kvinnornas både på grund av en starkare trend och en, i de flesta åldrar, högre  $\beta_x$ -faktor.

### 3.2.4 Kohortdödlighet - dödlighet utifrån födelseår

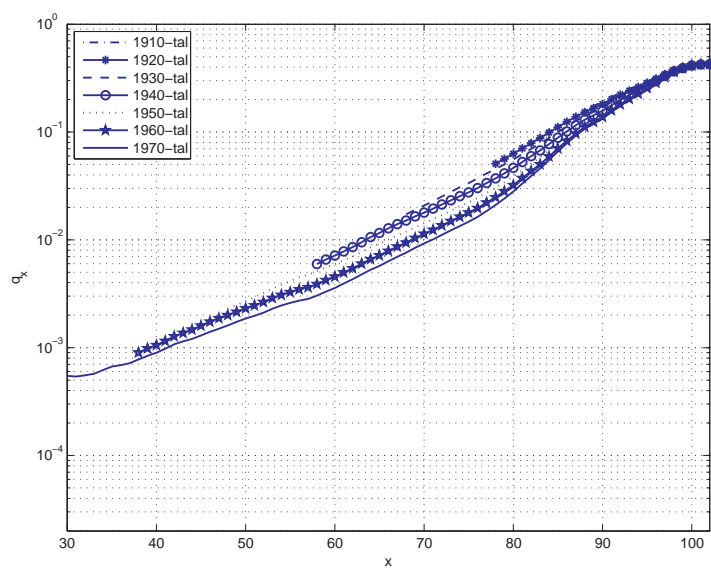
Med hjälp av projektionen av dödligheten mellan 2007-2080 skapas en dödlighetstabell utifrån födelseåret hos individen, så kallad kohortdödlighet. Tabellen täcker individer födda 1904-1977. Då dödligheten minskar för varje kalenderår kommer även dödligheten för varje födelsekohort variera framåt i tiden. Det är därför motiverat att befolkningen delas in efter födelseår och dödligheten anpassas utifrån dessa delkollektiv.

#### Ettåriga dödssannolikheter

I Figur 3.12 och 3.13, visas dödligheten för kvinnor respektive män. Då dödligheten är en projektion från 2007 och framåt och inga historiska observationer tagits med kommer de olika födelsekohorternas dödlighet att existera över olika åldersintervall. Endast för individer födda 1977 sträcker sig dödligheten över hela åldersintervallet 30-90 år.

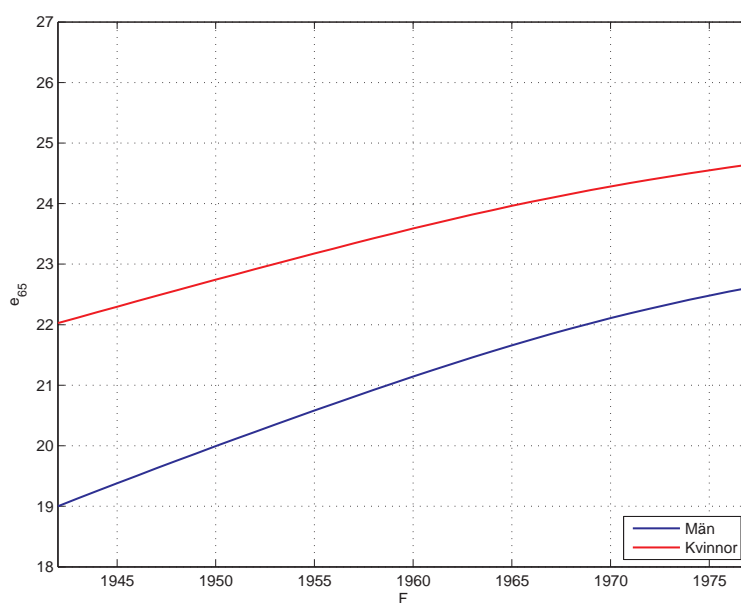


Figur 3.12: Ettåriga dödssannolikheter per födelsekohort - Kvinnor



Figur 3.13: Ettåriga dödssannolikheter per födelsekohort - Män

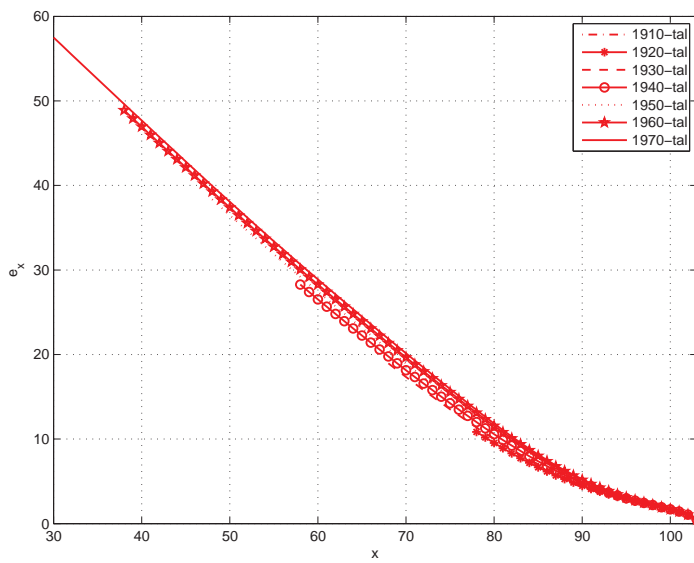
Individer födda i början av 1900-talet kommer inte ha en högre dödlighet än övriga. Detta på grund av att dödligheten i riktigt höga åldrar inte förändras över prognosperioden. För individer födda 1910 och senare sjunker dödligheten med födelseår i åldrar under 95 år. Dödligheten för individer födda på 1960- och 1970-talet kommer ha mindre variationer sinsemellan eftersom dödligheten för de här individerna innehåller stora delar av prognosen mellan år 2051-2080 då minskningen i trenden antagits avta.



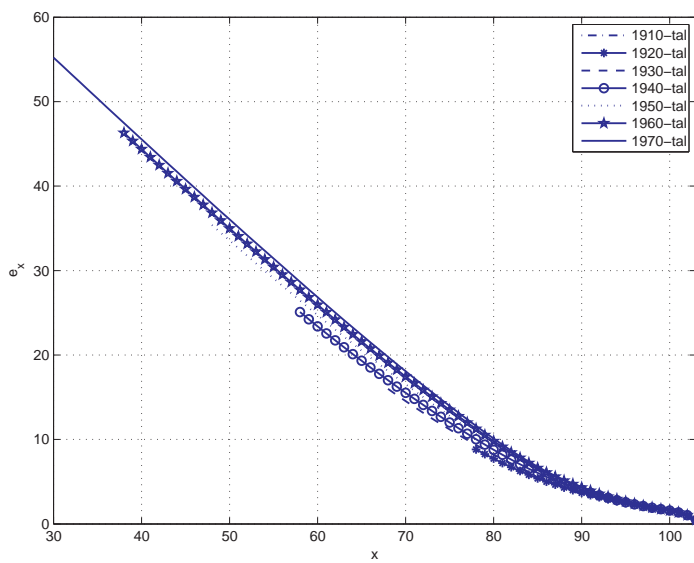
Figur 3.14: Förväntad återstående medellivslängd i befolkningen vid 65 års ålder

För kvinnorna finns de största skillnaderna i dödlighet mellan olika födelsekohorter i 70- och 80-årsåldern. Dödligheten för männen har relativt sett större skillnader mellan olika födelsekohorter i dessa åldrar och skillnaderna är stora även i 60-årsåldern.

Tabell med kohortdödligheten i form av ettåriga dödssannolikheter återfinns i Bilaga A.



Figur 3.15: Förväntad återstående medellivslängd i befolkningen per födelsekohort - Kvinnor



Figur 3.16: Förväntad återstående medellivslängd i befolkningen per födelsekohort - Män

### Förväntad återstående livslängd

Skillnaderna i de ettåriga dödssannolikheterna visar sig i den förväntade återstående livslängden. Medellivslängden per födelsekohort plottas i Figur 3.15 och 3.16.

Kvinnor födda på 1970-talet har en förväntad återstående livslängd på knappt 60 år vid 30 års ålder. Vid 60 års ålder skiljer det drygt två år mellan kvinnor födda på 1950- och 1970-talet. Ungefär lika stor skillnad är det mellan 40- och 70-talister vid 70 års ålder. Skillnaderna mellan 70- och 60-talister är små vilket beror på den lägre trenden i prognosperioden efter 2050.

Skillnaderna mellan männens återstående medellivslängder för olika födelsekohorter är större än kvinnornas. Även skillnaderna mellan 60- och 70-talister är märkbara. Detta på grund av, som tidigare konstaterats, att trenden är större för männen och har även större inverkan. Skillnaderna är som störst mellan 60-åriga män födda på 1940- och 1970-talet. Därefter minskar skillnaderna mellan födelsekohorterna även om skillnaderna i födelseår ökar.

Den återstående medellivslängden från 65 år studeras närmare för varje födelseår i Figur 3.14. Medellivslängden vid 65 års ålder ökar med drygt 2,5 år för kvinnorna från 22 år för kvinnor födda 1942 till drygt 24,5 år för individer födda 1977. Männens förväntade återstående livslängd vid 65 års ålder ökar med drygt 3,5 år från 19 år till nästan 23 år för samma födelseår.

### 3.3 Skillnader i befolkningsdödligheten enligt denna undersökning och SCB

SCB presenterar var tredje år en rapport om Sveriges framtida befolkning. I denna görs en prognos av befolkningens framtida storlek i olika åldersgrupper utifrån studier av fertilitet, migration och dödlighet. Den senaste prognosen presenteras 2006 i rapporten *Sveriges framtida befolkning 2006-2050. (Demografiska rapporter 2006:2)*, se [20].

Vi har endast studerat den allmänna trenden hos dödligheten i befolkningen och inte sett till de bakomliggande orsakerna bakom förändringarna i dödligheten då vi inte har haft tillgång till lämpliga data för det här ändamålet, som till exempel dödsorsaksrelaterade data. Då SCBs ettåriga dödssannolikheter jämförs med motsvarande beräknade inom denna undersökning erhålls allt större skillnader ju längre ut i prognosperioden man kommer. Anledningen är att SCB har grundat sin dödlighetsprognos på bedömningar av hur dödligheten påverkas av olika bakomliggande faktorer.

Det här kapitlet syftar till att förklara SCBs metod för dödlighetsberäkningarna och de antaganden som gjorts.

#### 3.3.1 Metod bakom SCBs beräkningar

Dödligheten skattas med Lee-Cartermodellen där parametrarna beräknas genom singular value decomposition (SVD) utifrån data från 1990-2005 för åldrarna 41-90 år. Den framtida dödligheten extrapoleras med en linjär ARIMA-modell. Utifrån 2006 års dödssannolikheter beräknas sedan de framtida ettåriga dödssannolikheterna med hjälp den årliga genomsnittliga förändringen enligt

$$q_x^0(1 + r_x)^T = q_x^T \quad (3.3.1)$$

SCB gör även en bedömning av den framtida dödligheten genom att tillämpa Lee-Cartermetoden på fyra olika dödsorsaksgrupper: cancer, hjärt- och kärlsjukdomar, olyckor och självmord samt övriga sjukdomar. Hänsyn till dödsorsak tas i åldrarna 41-79 år. Inom varje dödsorsaksgrupp antas minskningen i dödlighet vara konstant över hela perioden fram till 2050.

SCB har valt att hålla reduktionsfaktorerna konstanta över tidsintervallen 2007-2015, 2019-2035 och 2039-2050. I glappen mellan tidsintervallen görs en linjär övergång mellan reduktionsfaktorerna för respektive intervall.

Mellan 2007 och 2015 följer minskningen i dödlighet resultatet från Lee-Cartermodellen tillämpad på alla dödsfall oavsett orsak. Därför blir skillnaderna mellan dödligheten i den här undersökningen och SCBs minst under denna period. Detta är synligt i översta bilden i Figur 3.17. För de efterföljande tidsperioderna har SCB antagit att minskningen av dödligheten successivt bromsas upp på grund av att de minskningar i dödligheten vi sett de senaste åren till stor del beror på minskad dödlighet i hjärt- och kärlsjukdomar. Dödligheten i hjärt- och kärlsjukdomar antas minska kraftigt i början av prognosperioden men på sikt antas övriga dödsorsaker få större betydelse. Dödligheten på grund av övriga orsaker har minskat mer långsamt och i och med att dessa grupper får ökad betydelse för totaldödligheten kommer nedgången bli lägre ju längre ut i prognosperioden man kommer.

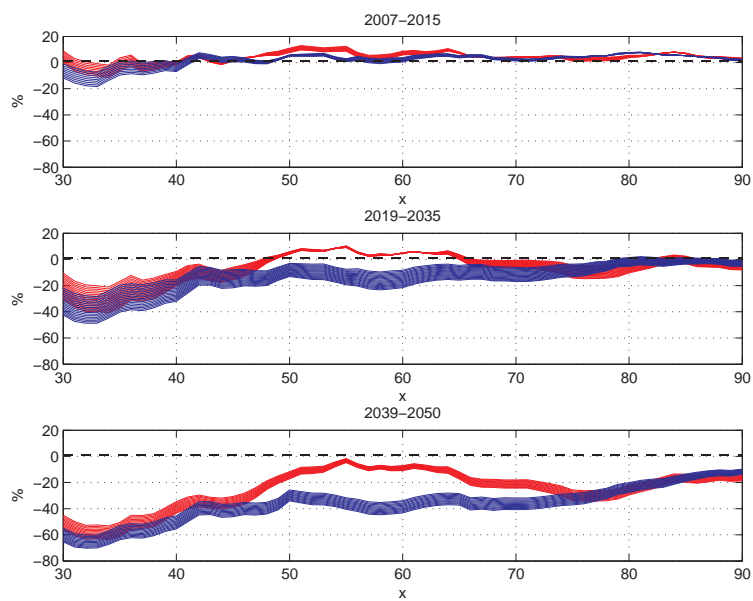
### 3.3.2 Relativa skillnader i ettåriga dödssannolikheter

Den procentuella skillnaden mellan dödligheten i den här undersökningen och SCBs dödlighet anges i Figur 3.17. Generellt kan sägas att skillnaden mellan de två prognoserna ökar markant, särskilt för männen, ju längre tid framåt vi prognosticerar. Skillnaderna för männen är störst i unga år och avtar med ökande ålder. För kvinnorna kan vi inte observera det här fenomenet, utan kvinnorna har, förutom under den första prognosperioden, en mindre skillnad i åldrarna 45-65 år än övriga åldrar. För åldrar över 75 år är skillnaden mellan den här undersökningen och SCB ungefär lika stor för män som för kvinnor.

Den översta bilden i Figur 3.17 visar skillnaderna under perioden 2007-2015. Skillnaden är störst för kvinnor mellan 45-65 år och som högst är dödligheten beräknad i den här undersökningen cirka 15 % högre än SCB-dödligheten. Männen dödlighet skiljer sig högst marginellt från den av SCB beräknade dödligheten.

I nästa prognosperiod, 2019-2035, har skillnaderna mellan de prognosticerade dödligheterna ökat. Bredden på det blå bandet i Figur 3.17 visar hur skillnaden mellan de två prognoserna varierar under den studerade perioden. I andra bilden i figuren är vår beräknade





Figur 3.17: Förhållande mellan de ettåriga dödssannolikheterna beräknade i den här undersökningen och av SCB 2007-2050 - Kvinnor (röd) och Män (blå)

dödlighet för de yngsta männen i periodens början ca 20 % lägre än SCB-dödligheten och har vid periodens slut (2035) ökat till drygt 40 %. Det blå bandet smalnar av med ökande ålder samtidigt som skillnaderna mellan dödligheten enligt den här undersökningen och SCB avtar, det vill säga att skillnaderna för mäns dödlighet blir mindre, både med ökande ålder och prognosår.

Kvinnorna har under samma prognosperiod stora variationer i skillnaden mellan undersökningarna beroende på både ålder och prognosår. I tidiga åldrar, från 30-årsåldern till knappt 50 år är dödligheten enligt den här undersökningen betydligt lägre än SCB-dödligheten. Dock är skillnaderna avtagande med ökande ålder. Mellan 50-65-årsåldern är dödligheten här högre än den av SCB beräknade oberoende av prognosår. Efter 65-årsåldern är skillnaderna mellan de båda undersökningarna ungefär desamma för kvinnor och män, där undersökningens dödlighet är cirka 20 % lägre än SCB-dödligheten.

Skillnaderna mellan dödligheterna i prognosen för perioden 2039-2050 innehåller stora effekter av de skilda antagandena mellan undersökningarna gällande orsaken till minskningen av dödligheten. För både kvinnor och män i 30-45 årsåldern är dödlighet 40 till 70 % lägre än SCB beroende på vilket prognosår som jämförs. Efter 45 års ålder får männen fortsatt en mycket lägre dödlighet i den här undersökningen än genom SCB, cirka 40 %. Efter 75 års ålder avtar dock skillnaden till cirka 20 %.

Kvinnorna har störst skillnad i dödligheten i de yngsta åldrarna, cirka 40-60 % beroende av prognosår. Skillnaden minskar sedan fram till 55 års ålder för att sedan öka igen till och med 75-årsåldern. Därefter ser skillnaden i dödlighet för kvinnor mellan de två prognoserna återigen ut som den för männen.

## Kapitel 4

# Försäkringsdödligheten

Det huvudsakliga syftet med denna undersökning är att studera dödligheten bland de försäkrade. De försäkrade är ett delkollektiv av den totala svenska befolkningen och dödligheten för befolkningen kan inte direkt användas på de försäkrade. Skillnader mellan befolkningsdödligheten och dödligheten för de försäkrade uppstår genom flera faktorer, såväl socioekonomiska som försäkringsprodukternas utformning.

Socioekonomiska faktorer är sådana som till exempel individens ekonomiska möjlighet att teckna försäkring. Vidare finns skillnader i dödlighet mellan gifta och ensamstående individer [19]. Effekterna på försäkringsdödligheten uppstår då sammansättningen i kollektivet av försäkringstagare skiljer sig från befolkningen som helhet vad gäller till exempel inkomst och civilstånd.

En annan betydande orsak till skillnaderna mellan försäkringsdödligheten och dödligheten i befolkningen är att individer som tror sig komma ha god nytta av försäkring också tecknar försäkring i högre grad än övriga individer. Personer som tror sig leva länge tecknar gärna en livsfallsförsäkring, medan personer som inte är lika optimistiska hellre tecknar en dödsfallsförsäkring. Detta kallas *moturval*.

För att minska effekterna av moturval kräver försäkringsbolagen ofta en hälsoprövning i samband med tecknande av en dödsfallsförsäkring. Därmed undviker man att försäkra de personer som har stor risk att dö relativt tidigt och man kan förväntas få ett försäkringskollektiv som är friskare än befolkningen i stort.

För studien av försäkringsdödligheten har vi använt både data från svenska försäkringsföretag och den svenska befolkningen. I detta kapitel redogörs för insamlingen av data från försäkringsföretagen, bear-

betning av data och de resultat som tagits fram. Vi beskriver även metodiken för bedömningen av försäkringsdödligheten utifrån befolkningsdödligheten samt de antaganden som gjorts för försäkringsdödligheten utifrån dödligheten för hela den svenska befolkningen.

## 4.1 Observationer och skattningar

Materialet till dödlighetsundersökningen samlades in under våren och sommaren 2006. Som grund för rapporteringen användes "Instruktion för rapportering till FTNs dödlighetsundersökningar", se [7].

Tolv försäkringsföretag har, som tidigare nämnts, lämnat data, AMF Pension, Folksam Liv, Handelsbanken Liv, If, KP Pension & Försäkring, KPA Pensionsförsäkring, Länsförsäkringar (Liv och Fond-Liv), Moderna Försäkringar, Robur Försäkring, SEB Trygg Liv (Gamla, Nya och Fond), Skandia och SPP Livförsäkring. Beståndsuppgifterna sträcker sig över tidsperioden 2000-2005 och antalet avlidna mellan 2001-2005. I några fall har inte uppgifter kunnat lämnas för år 2000 och då har ett antagande gjorts att beståndet för detta år var lika stort som beståndet året innan. Detsamma har även gjorts för antalet avlidna i de fall då ingen uppgift om antalet avlidna har lämnats för år 2001.

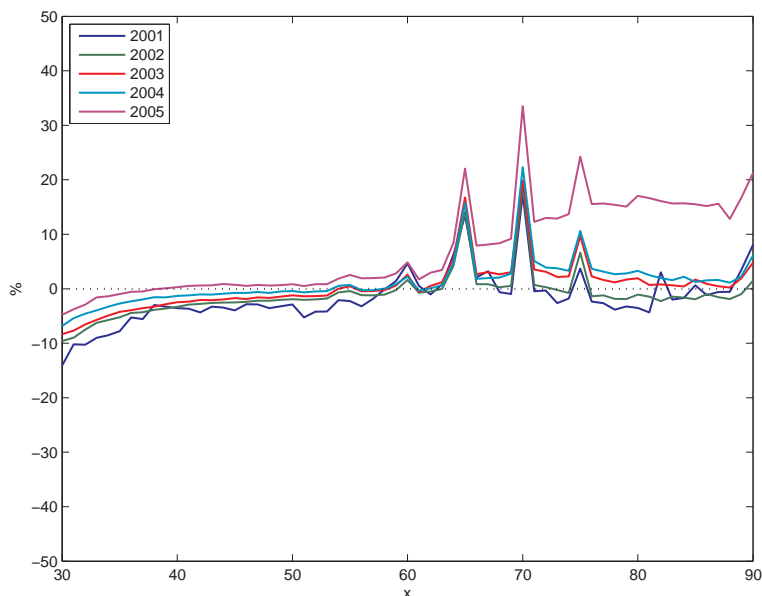
Utifrån det insamlade materialet har utökningar gjorts av delbestånden frivilligt tecknade försäkringar, obligatoriskt tecknade försäkringar samt obligatoriskt tecknade försäkringar inom avtalsområden för privatanställda tjänstemän. Ingen skillnad görs mellan försäkringar med dödsfalls- och livsfallsrisk och i alla studerade delkollektiv ingår samtliga försäkringsföretag som rapporterat bestånd inom dessa sorteringsvariabler.

Det är viktigt att notera att de uppgifter som har lämnats till undersökningen avser *antalet försäkringar* vilket inte nödvändigtvis är detsamma som antalet försäkringstagare. En individ kan förekomma flera gånger beroende på hur många försäkringar hon har tecknat. När vi studerar försäkringsdödligheten är det alltså egentligen sannolikheten att en försäkring upphör på grund av dödsfall givet försäkringstagarens ålder snarare än sannolikheten att en individ i samma ålder ska avlida. Ett antagande görs dock att en försäkring är en individ.

Förändringarna i bestånden beror dels på dödsfall och dels på nytecknade och avslutade försäkringar. Det går ungefärligt att härle-

da om bestånden förändras på grund av dödsfall eller andra anledningar med hjälp av kvoten (2.1.8).

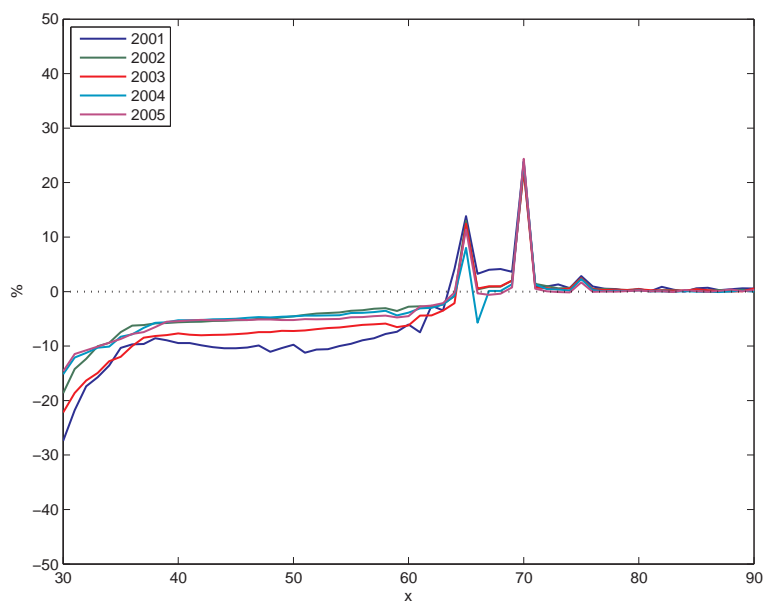
Då kvoten är lika med ett kan förändringar av bestånden härledas till dödsfall att eller upphörda försäkringar balanseras av nytecknade. Om kvoten understiger ett har antalet nytecknade försäkringar varit större än antalet upphörda och tvärtom när den överstiger ett.



Figur 4.1: Förändring av det frivilliga försäkringsbeståndet på grund av andra anledningar än dödsfall, 2001-2005

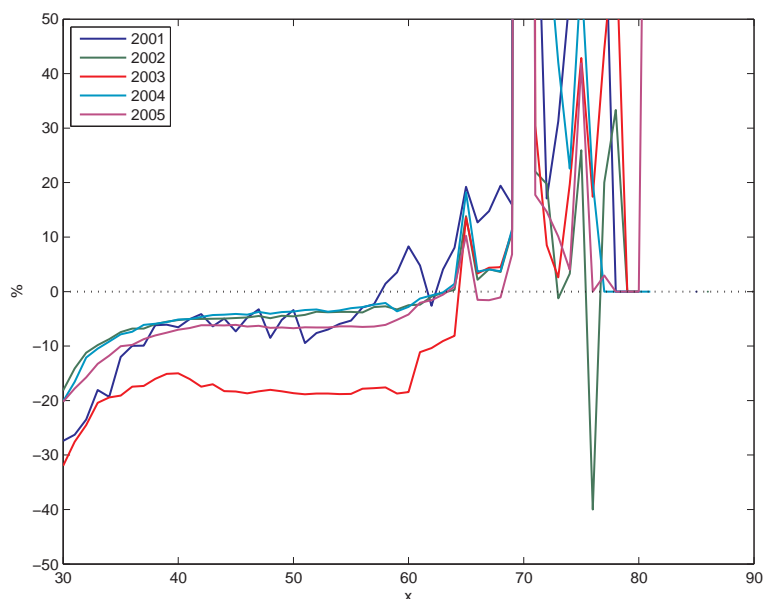
Kvoten för åldrarna 30-90 år för de tre studerade delbestånden visas i Figur 4.1, 4.2 samt 4.3. Av figurerna framgår att de olika delbeståndens förändringar främst kan förklaras med att försäkringar upphör.

En del försäkringstagare med frivilligt tecknad försäkring, vilket främst är privata pensionsförsäkringar, väljer att låta försäkringen betalas ut under 5 eller 10 år från 55-65-årsåldern vilket ger upphov till den höga andelen utträden ur beståndet vid 60-, 65-, 70- och 75-årsåldrarna. Samma fenomen är tydligt även för de obligatoriskt försäkrade men med den skillnaden att dessa efter 75 års ålder stannar kvar i kollektivet tills de avlider. Bland de obligatoriskt



Figur 4.2: Förändring av det obligatoriska försäkringsbeståndet på grund av andra anledningar än dödsfall, 2001-2005

försäkrade tjänstemännen sker en viss minskning av bestånden fram i 65-årsåldern, därefter upphör i princip samtliga försäkringar vid 75 år.



Figur 4.3: Förändring av det obligatoriskt försäkrade tjänstemannabeståndet på grund av andra anledningar än dödsfall, 2001-2005

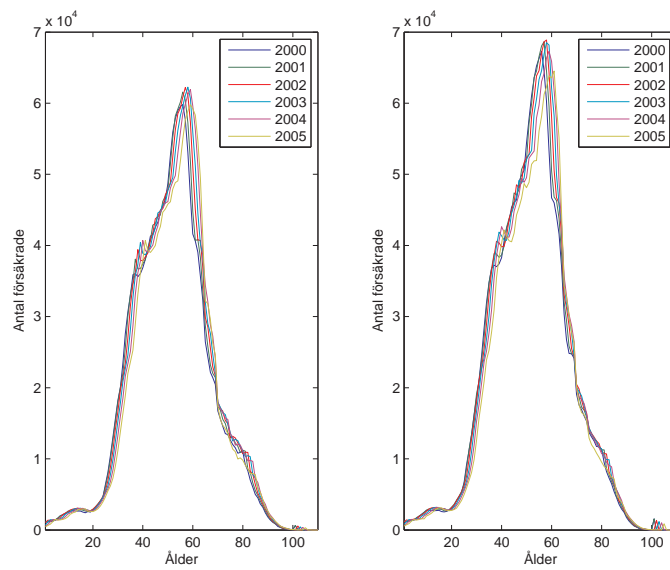
#### 4.1.1 Frivilligt tecknad försäkring

Med frivilligt tecknad försäkring avses individuella försäkringar och vissa grupplivförsäkringar. I dessa kollektiv har de försäkrade oftast själva valt att teckna försäkring utifrån den risk de anser sig vara utsatta för.

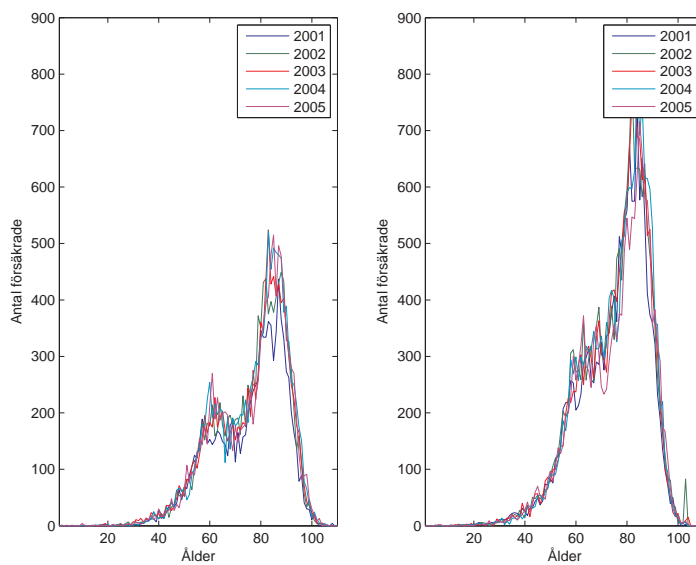
I det studerade kollektivet ingår alla försäkringar där försäkrings-typen är antingen frivillig försäkring utan hälsoprövning, frivillig försäkring med förenklad hälsoprövning, frivillig försäkring med full hälsoprövning eller övrig frivillig försäkring enligt instruktion, se [7].

Beståndet består av ett lågt antal försäkringar för individer i åldern 0-20 år, vilket troligen är efterlevandeskydd under utbetalning. Efter 20-årsåldern ökar bestånden i takt med att nyteckningen ökar fram till och med 60-årsåldern.

Beståndet består årligen av cirka 1,9 miljoner försäkringar tecknade av kvinnor och 2,1 miljoner försäkringar tecknade av män. Varje observationsår avled cirka 11 000 kvinnor och 17 000 män. Det totala



Figur 4.4: Totalt bestånd frivilligt försäkrade 2000-2005 - Kvinnor och Män



Figur 4.5: Totalt antal avlidna frivilligt försäkrade 2001-2005 - Kvinnor och Män



beståndet av kvinnor respektive män över femårsperioden 2001-2005 fördelar sig åldersmässigt enligt Figur 4.4. I Figur 4.5 återfinns det totala antalet avlidna fördelat per ålder och observationsår.

Antalet frivilligt tecknade försäkringar är som största i 60-årsåldern, både för kvinnor och män. Därefter minskar antalet försäkringar drastiskt. Mellan 60-70 års ålder har beståndet sjunkit till en fjärdedel av antalet försäkringar för försäkringstagare i 60-årsåldern. Antalet avlidna i samma åldersgrupp är mycket lågt och minskningen av bestånden för denna åldersgrupp beror till största delen på att många frivilligt tecknade pensionsförsäkringar betalas ut temporärt under de 5 till 10 första pensionsåren och därefter upphör, vilket även framgår av Figur 4.1.

För kvinnor kan man urskilja två åldersperioder då antalet dödsfall är som störst, i 60- samt i 85-årsåldern. I 60-årsåldern är antalet försäkringstagare som störst och därmed är det relativa antalet dödsfall normalt. I 85-årsåldern har den naturliga dödligheten slagit in och man kan även se en sista markant minskning av beståndets storlek till följd av dödsfallen. Samma principer gäller för de frivilligt försäkrade männen, dock med skillnaden att toppen av dödsfall i 60-årsåldern inte är lika markant som för kvinnorna.

Figur 4.1 visar dock att många försäkringstagare med frivilligt tecknade försäkringar lämnar kollektivet innan de avlider. I 65-, 70- och 75-årsåldrarna lämnar mellan 10% och 30% av försäkringstagarna kollektivet på grund av att försäkringen upphör genom att den har betalats ut klart. Efter 75-årsåldern varierar fränfallet utöver de avlidna kraftigt mellan de fem observationsåren och det går därför inte att dra några generella slutsatser om utbetalningsperiodens längd.

### 4.1.2 Obligatoriskt tecknad försäkring

Till gruppen obligatoriskt tecknade försäkringar hör främst tjänstepensionsförsäkringar. Urvalet består av försäkringstyperna obligatoriskt tecknad försäkring utan hälsoprövning, obligatoriskt tecknad försäkring med förenklad hälsoprövning, obligatoriskt tecknad försäkring med full hälsoprövning och övrig obligatoriskt tecknad försäkring enligt instruktion, se [7].

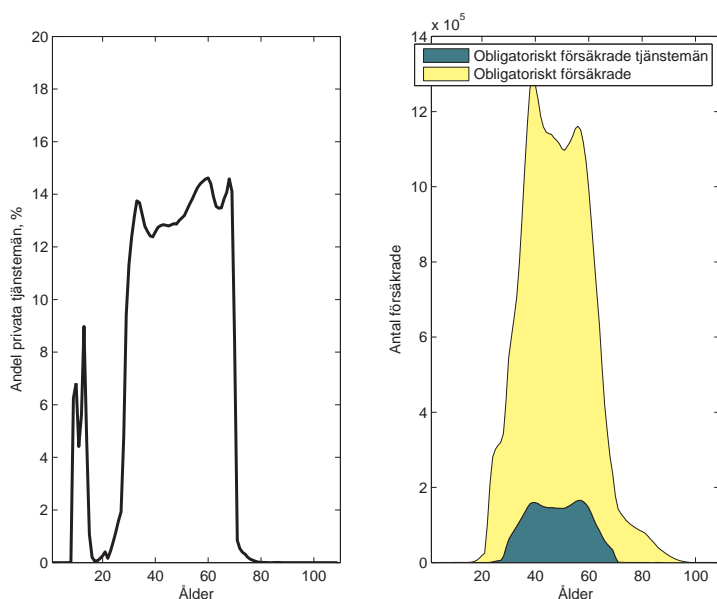
I ett tjänstepensionskollektiv minskas moturvalet då den försäkrade inte själv valt att teckna försäkringen. Försäkringen följer automatiskt av en anställning och den försäkrade ingår i kollektivet på andra grunder än bedömningen av sin egen risk. Gruppen aktivt arbetande kan dock statistiskt antas vara något friskare än totalbefolkningen.

I dödlighetsundersökningen görs ingen skillnad mellan konkurrensutsatt och icke konkurrensutsatt tjänstepension. Med konkurrensutsatt tjänstepension avses den del av tjänstepensionen som är valbar på den så kallade kryssmarknaden. Även om försäkringstagaren gör ett aktivt val av försäkringsgivare för sin valbara tjänstepension har detta val knappast något samband med bedömningen av den egna hälsan och återstående livstid.

Förutom analysen av samtliga obligatoriskt försäkrade görs en analys av obligatoriskt försäkrade under kollektivavtal för privata tjänstemän, vilka är ett delbestånd av de obligatoriskt försäkrade. Andelen tjänstemän av de obligatoriskt försäkrade varierar beroende på ålder, vilket framgår av Figur 4.6.

Andelen obligatoriskt försäkrade tjänstemän utgör som mest drygt 10% av det totala beståndet av obligatoriskt försäkrade och andelen är som störst i åldrarna 25 till 70 år. I åldrar under 20 år finns det även en del tjänstemannaförsäkringar, vilka är efterlevandeskydd under utbetalning. I åldrar över 70 år består det totala obligatoriskt tecknade beståndet i princip enbart av försäkringar från andra avtalsområden än de för privata tjänstemän, såsom bland annat privatanställda arbetare, statliga tjänstemän och kommun- och landstingsanställda. Detta är viktigt att ha i åtanke vid tillämpningen av dödligheten för de obligatoriskt försäkrade.

Det totala beståndet av obligatoriskt försäkrade består av cirka 3,3 miljoner kvinnor och 5 miljoner män per observationsår. Bestånden är som störst i åldrarna runt 60 år. I 65- och 70-årsåldern upphör många försäkringar och det sker en drastisk minskning av bestånden.

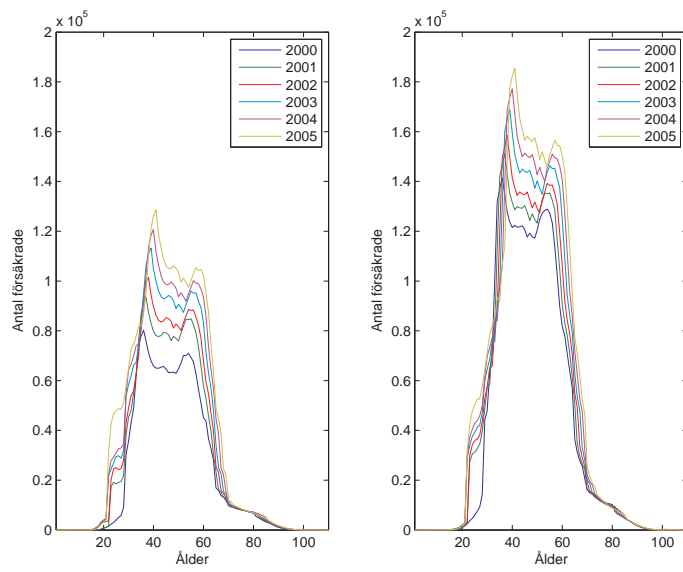


Figur 4.6: Andel av de obligatoriskt försäkrade som är försäkrade under kollektivavtal för privata tjänstemän

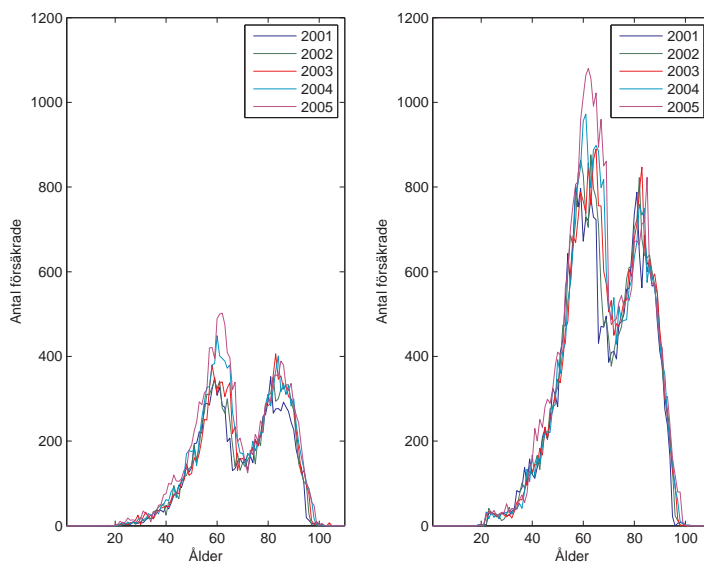
Därefter sker en naturlig minskning genom att de försäkrade avlider, vilket framgår av Figur 4.2.

Antalet avlidna är som störst bland obligatoriskt försäkrade i 65- och 85-årsåldern bland både kvinnor och män. Det stora antalet dödsfall i 65-årsåldern orsakas av de stora bestånden och antalet dödsfall blir därmed relativt inte lika stora som i 85-årsåldern. I genomsnitt avled 13 000 obligatoriskt försäkrade kvinnor och 30 000 män per observationsår.

Det obligatoriskt försäkrade beståndet förändras i tre faser, vilka syns tydligt i Figur 4.2. Fram till dryga 60-årsåldern sker en tillströmning av försäkringstagare genom nyteckning. Därefter minskar beståndet under tio år dels genom att försäkringar upphör och dels att de försäkrade avlider. Efter 75-årsåldern minskar sedan bestånden i stort sett enbart genom att försäkrade avlider.



Figur 4.7: Totalt bestånd obligatoriskt försäkrade 2000-2005 - Kvinnor och Män



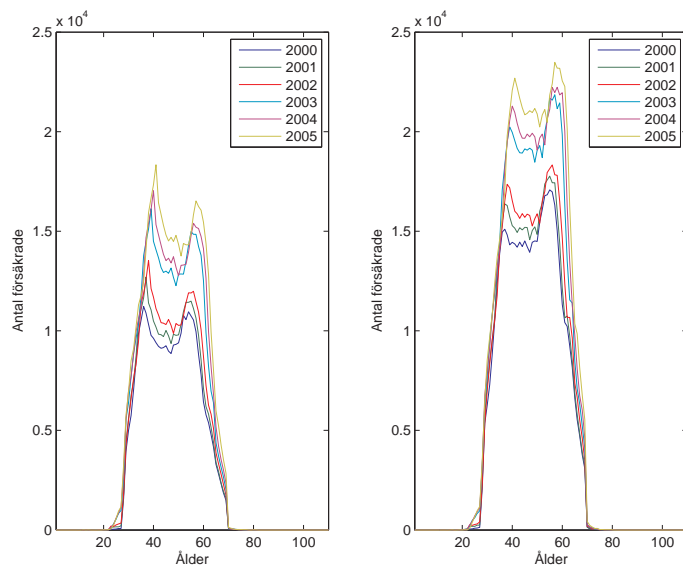
Figur 4.8: Totalt antal avlidna obligatoriskt försäkrade 2001-2005 - Kvinnor och Män

### 4.1.3 Obligatoriskt försäkrade tjänstemän

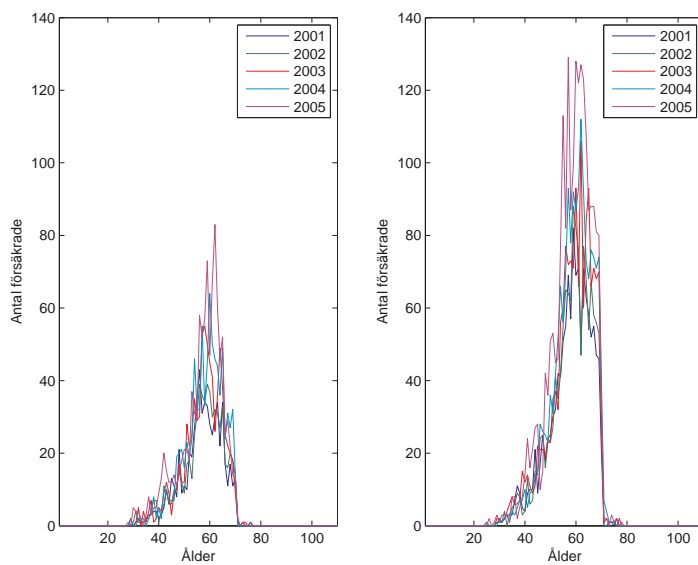
Utifrån beståndet av de obligatoriskt försäkrade har ett urval gjorts av obligatoriskt tecknade försäkringar under kollektivavtal för privatanställda tjänstemän (ITP-liknande avtal). Som tidigare nämnts utgör de privatanställda tjänstemännen cirka 10% av det totala obligatoriskt försäkrade beståndet i åldrarna 30 till 70 år.

Utifrån Figur 4.3 kan konstateras att de flesta försäkringar upphör efter 70-årsåldern av andra anledningar än att den försäkrade avlider. Beståndet består alltså inte av grundavtalen i de ITP-liknande planerna (vilka är livsvariga) utan av de kompletterande pensionsavtalen, det vill säga ITPK och liknande.

Underlaget för dödlighetsundersökningen av de obligatoriskt försäkrade tjänstemännen består av drygt 400 000 kvinnor och 600 000 män per observationsår fördelade över åldrarna 30 till 70 år. Antalet dödsfall ökar successivt med ökande ålder från 30-årsåldern. I medeltal avlider 800 kvinnor och 1 600 män per observationsår.



Figur 4.9: Totalt bestånd obligatoriskt försäkrade tjänstemän 2000-2005 - Kvinnor och Män



Figur 4.10: Totalt antal avlidna obligatoriskt försäkrade tjänstemän 2001-2005 - Kvinnor och Män

## 4.2 Modellering av försäkringsdödligheten

Dödligheten för ett försäkringsbestånd, och befolkningen, kan studeras ur två olika aspekter, dels vad den faktiska dödligheten är idag och dels vad vi tror att den kommer att vara i framtiden. De data försäkringsföretagen har levererat leder till en analys av dödligheten under femårsperioden 2001-2005 och ger alltså en bild av dödligheten bland de försäkrade idag.

För att studera dödligheten i framtiden är det omöjligt att modellera dödligheten enbart utifrån försäkringsdata. Anledningarna till detta är flera och både av teknisk och strukturell karaktär.

De tekniska hindren består främst i svårigheter att ta fram tillförlitliga historiska data. På många försäkringsföretag har olika data-system konverterats in i varandra och uppgifter om försäkringarna sparats på olika sätt. Detta märks även på den korta tidsserie som används och därför har kvalitetssäkringen varit en mycket viktig del av datainsamlingen.

De strukturella svårigheterna består främst av att dödligheten i försäkringsbestånden förändras över tiden, men det är svårt att bedöma om förändringarna beror på en verklig ändring i dödligheten eller om det är beståndets sammansättning som har ändrats.

För befolkningen beror en förändring i dödligheten till stor del på att dödligheten verkligen har ändrats. För ett försäkringskollektiv går det inte med säkerhet att avgöra en ökning eller minskning i dödligheten verkligen beror på en förändrad dödlighet eller om det är det försäkrade kollektivet som har ändrats beroende på vilka individer som tecknar försäkring, vilket kan vara ett resultat av produktutformning och marknadsföring.

Mot ovan givna bakgrund är det lämpligt att använda dödligheten hos den totala befolkningen för att skapa dödlighetsprognoser som tar hänsyn till trender i dödligheten.

Vi inleder det här kapitlet med en kort sammanfattning av metodiken för framtagandet av M90-dödligheten, då denna skiljer sig avsevärt från den metodik som tillämpas i den här undersökningen.

### 4.2.1 Antaganden vid av framtagandet M90

Även vid framtagandet av M90 fanns en medvetenhet om behovet att ta hänsyn till den framtida trenden i dödligheten. Man utgick från

kalenderåret 1986 och gjorde prognoser framåt över befolkningsdödligheten, med användande av de trender som observerats för 6, 11, 16 respektive 21 år tillbaka i tiden och tog fram olika prognoser för personer födda 1950. De översattes till prognoser över försäkringsdödligheten genom multiplikation med relationskonstanter. Resultatet utjämnades till Makehamformeler, där man av praktiska skäl bestämt att använda samma formel för kvinnor och män, varvid en åldersförskjutning infördes mellan könen.

Som obelastad dödlighet valde man slutligen värden som byggde på en prognos över tiden 1976-1986 med en åldersförskjutning på 6,12 år. Om M90s prognos var korrekt, bör man därför förvänta sig att M90s obelastade dödlighet liknar den som räknats fram i DUS rapport för personer födda 1950. Man kan också förvänta sig att M90 (obelastad) kommer att ge en högre förväntad återstående livslängd än vad DUS ger för kohorterna födda före 1950, medan den blir lägre för senare kohorter.

Dock beslutade också Grundkommittén för M90 att baxa sitt dödlighetsantagande, vilket innebär att man lade på en positiv säkerhetsmarginal för yngre år och en negativ säkerhetsmarginal för äldre år. Därmed säkerställdes att dödlighetsantagandet inte var för lågt i de högsta åldrarna, där överlevnadsrisken kraftigt överväger, eller för högt i låga åldrar där dödsfallrisken överväger. En effekt av detta är att det även för kohorter födda senare än 1950 kan inträffa att förväntad återstående livslängd överskattas av M90.

Slutligen kan noteras att Grundkommittén också beslutade att utjämna sina valda konstanter, så att exempelvis åldersförskjutningen mellan man och kvinna framställdes som exakt sex år.

#### 4.2.2 Framtida försäkringsdödlighet

Som vi tidigare konstaterat går det inte skatta den framtida försäkringsdödligheten med hjälp av enbart försäkringsdata utan vi måste ta befolkningsdödligheten till hjälp. Dödligheten för befolkningen beräknas enligt metodiken beskriven i Kapitel 2. Resultaten från dessa beräkningar presenteras och analyseras i Kapitel 3.

Relationen mellan försäkringsdödligheten och dödligheten hos den svenska befolkningen kan beskrivas med hjälp av kvoten mellan dödlighetsintensiteten för de respektive försäkringsbestånd och dödlighetsintensiteten för befolkningen, det vill säga



$$k_x^{i,B} = \frac{\mu_x^i}{\mu_x^B} \quad (4.2.1)$$

där  $i$ =frivilligt eller obligatoriskt försäkrade eller obligatoriskt försäkrade tjänstemän 2001-2005 och  $\mu_x^B$  är dödlighetsintensiteten för befolkningen 2001-2005. Kvoten beräknas för varje ålder.

Dödlighetsintensiteten för befolkningen,  $\mu_x^B$  beräknas utifrån data från samma tidsperiod som data för försäkringsdödligheten och skiljer sig därför från den dödlighetsintensitet som används för att skatta parametrarna i Lee-Cartermodellen.

Den kvot som fås vid denna beräkning appliceras sedan på den trendade dödlighetsintensitet för befolkningen som erhålls med hjälp av Lee-Cartermodellen,  $\mu_x$ . Därigenom fås dödligheten från år 2007-2080 för respektive delbestånd, det vill säga

$$\mu_x^i(t) = k_x^{i,B} \cdot \mu_x(t) \quad (4.2.2)$$

Metodiken bygger på ett antagande om att förhållandet mellan dödligheten hos befolkningen och respektive försäkringsbestånd i varje ålder är konstant över hela prognosperioden.

På samma sätt som för befolkningen skapas en dödlighetstabell utifrån födelseår med hjälp av projektionen för dödligheten 2007-2080. På grund av valt åldersintervall och projektionsperiod kommer de här tabellerna avse individer födda år 1904-1977, det vill säga individer som är mellan 30 och 103 år 2007.

### 4.2.3 Makehamanpassning av försäkringsdödligheten

Utifrån de trendberäknade dödlighetstabellerna som fås med metodiken beskriven i Kapitel 4.2.2 görs en anpassning till Makehams formel för de olika födelsekohorterna. I höga åldrar ger formeln ingen bra approximation och därför används en modifierad Makehamformel där dödligheten för åldrar över 100 år skattas med en linjär dödlighet. Makehamformeln får då följande utseende

$$\mu_x^*(F) = \begin{cases} a + b \cdot e^{c \cdot x} & , \text{ om } x \leq \omega \\ \mu_\omega + k \cdot (x - \omega) & , \text{ om } x > \omega \end{cases} \quad (4.2.3)$$

där  $F$  är födelsedecenniet för individen,  $\omega = 100$  och  $k = 0,03$  för alla delbestånd. Denna modifierade Makehamformel beskrivs i [13].

Skattningen bygger på dödlighetsintensiteter som transformerats från kalenderdödligheter till kohortdödligheter. Av dödlighetsintensiteterna inom varje födelsekohort (de med födelseår 19x0-19x9) tas ett medelvärde för varje ålder.

För att få en bättre skattning av parametrarna i Makehamformeln tas även de skattade dödligheterna för 1985-2006 med i respektive kohort. Även om tidsserierna har förlängts så täcker inte alla kohorter åldrarna 30-97 år och varje parameteruppsättning är endast giltig i ett visst åldersintervall. Kohortformel bör lämpligen endast tillämpas på den kohort den avser att skatta dödligheten för och från och med den ålder kohorten har idag. Tillämpas en kohortdödlighet för individer födda senare kommer Makehamparametrarna att användas på yngre åldrar än de är skattade med, vilket kan ge felaktiga resultat.

En Makehamanpassning görs även av dödligheten för de frivilligt försäkrade 2001-2005. Denna skattning gäller för alla kohorter och beskriver dödligheten idag bland de frivilligt försäkrade utan att ta hänsyn till framtida trender. Resultatet av denna skattning redovisas i Kapitel 4.3.2.

### 4.3 Resultat

Enligt den ovan beskrivna teorin bygger den framtida försäkringsdödligheten på den prognosticerade dödligheten för befolkningen, vilken redovisas i Kapitel 3.

I Figur 4.11, 4.27 och 4.42 visas kvoterna mellan dödlighetsintensiteten för de försäkrade i de olika delbestånden och för befolkningen. Med den empiriska kvoten avses den kvot som fås direkt från grunddata. Då materialet för försäkringsbestånden är relativt litet uppvisar kvoterna stora variationer mellan olika åldrar. Variationerna bedöms till viss del vara slumpmässiga och därför utjämnas de empiriska kvoterna med hjälp av glidande medelvärden över fem år till den utjämnade kvoten.

För de åldrar där försäkringsbestånden är relativt små blir kvoten mycket osäker och därför görs ett antagande om att försäkringsdödligheten liknar dödligheten för befolkningen i dessa åldrar. I övergångskedet mellan försäkrings- och befolkningsdödligheten anpassas försäkringsdödligheten successivt till befolkningsdödligheten. Det är alltså den utjämnade kvoten tillsammans med en bedömning om datas tillförlitlighet som slutligen utgör den skattade kvoten.

I höga åldrar antas försäkringsdödligheten vara lika med befolkningsdödligheten. Antagandet har sin grund i att vi tror att egenskaperna hos de som överlevt till över 90 års ålder inte skiljer sig nämnvärt beroende på om de är försäkrade eller inte. Studier gjorda av SCB gällande dödlighetens beroende av utbildning, boende och civilstånd visar att skillnaderna mellan olika grupper i befolkningen minskar med stigande ålder, se [19].

Kvoterna mellan dödligheten i respektive delbestånd och befolkningen kan även ses som ett riskindex, där dödligheten i befolkningen för kvinnor och män är lika med ett. För alla delbestånd i de flesta åldrar kommer då försäkringsbestånden att ha en underdödlighet i förhållande till befolkningen. Underdödligheten är den samma oavsett prognosår då samma kvot för respektive ålder appliceras genom hela prognosen.

Dödligheten för respektive delbestånd kommer att uppvisa samma egenskaper som för befolkningen och skillnaderna mellan dödligheten i försäkringskollektiven och befolkningen påverkar alla dödssannolikheter för en och samma ålder lika. De relativa skillnaderna per ålder mellan olika prognosår kommer alltså att vara de samma oavsett

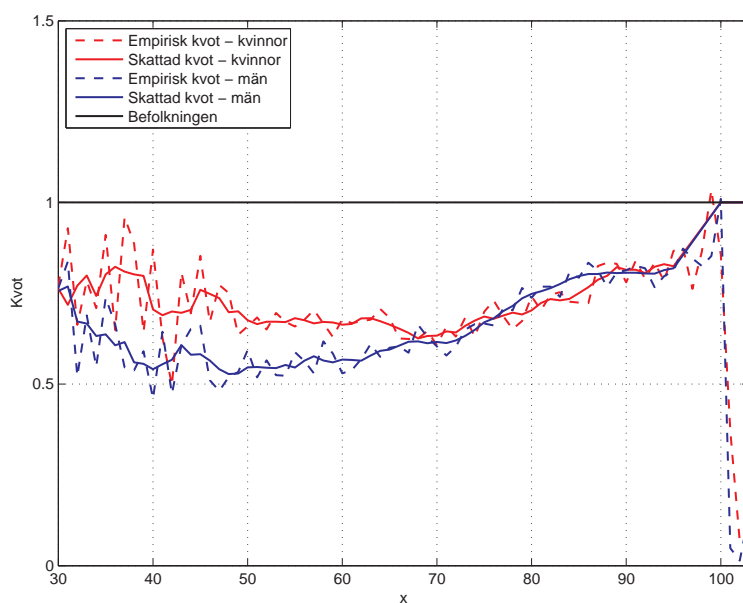
delbestånd. Dödligheten för befolkningen har beskrivits närmare i Kapitel 3.

Det bör noga framhållas att den observerade dödligheten för de senare födelsekohorterna är mycket begränsad och enbart bygger på den i Lee-Cartermodellen skattade dödligheten. Dödlighetens egenskaper är alltså enbart ett resultat av den skattade trenden och dess inverkan i olika åldrar. Det verkliga utfallet av dödligheten för de här kohorterna kommer inte att kunna observeras förrän långt in i framtiden och det är därför viktigt att en kontinuerlig anpassning och uppdatering av Lee-Carterparametrarna görs för att på ett tidigt stadium anpassa dödligheten till nya trender.

### 4.3.1 Frivilligt försäkrade

#### Dödligheten för frivilligt försäkrade i förhållande till befolkningen

De frivilligt försäkrade har den lägsta dödligheten av de tre studerade delbestånden. I förhållande till befolkningsdödligheten är dödligheten hos de frivilligt försäkrade betydligt lägre i alla observerade åldersgrupper. Kvoten mellan dödligheten för de frivilligt försäkrade och befolkningen visas i Figur 4.11. Variationerna i de empiriska kvoterna är förhållandevis små, vilket beror på att grunddatamängden är tillräckligt stor.



Figur 4.11: *Kvot mellan dödlighetsintensiteten för frivilligt försäkrade och befolkningen 2001-2005 - Kvinnor och Män*

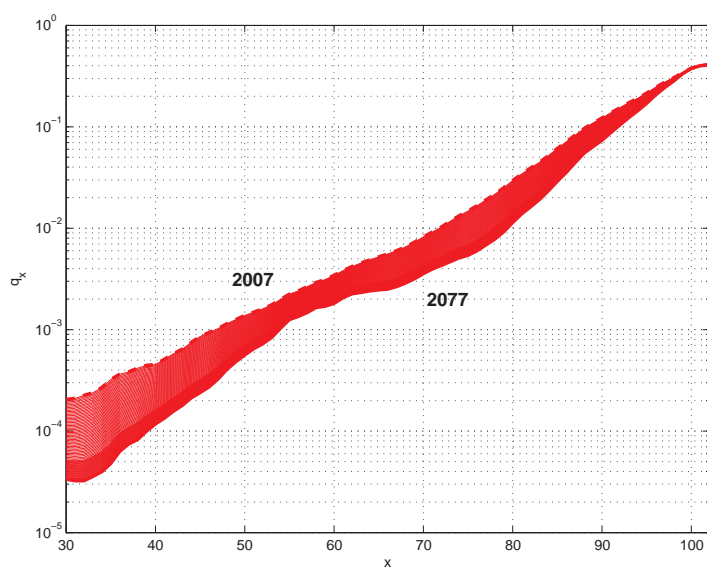
Dödligheten för det frivilliga delkollektivet är cirka 30% lägre än befolkningsdödligheten för kvinnorna och 40 % för männen fram till 95-årsåldern. Därefter sker det i modellen en successiv uppgång av dödligheten fram till 100-årsåldern då dödligheten antas vara i nivå med befolkningsdödligheten. Kvoten varierar inte mycket med åldern förutom i åldrar under 40 år då fluktuationerna i kvoten är sto-

ra och över 70 år då skillnaden mellan dödligheten för de frivilligt försäkrade och befolkningen sakta minskar. I åldrarna däremellan kan dödligheten för de frivilligt försäkrade ses som en parallellförskjutning av befolkningsdödligheten.

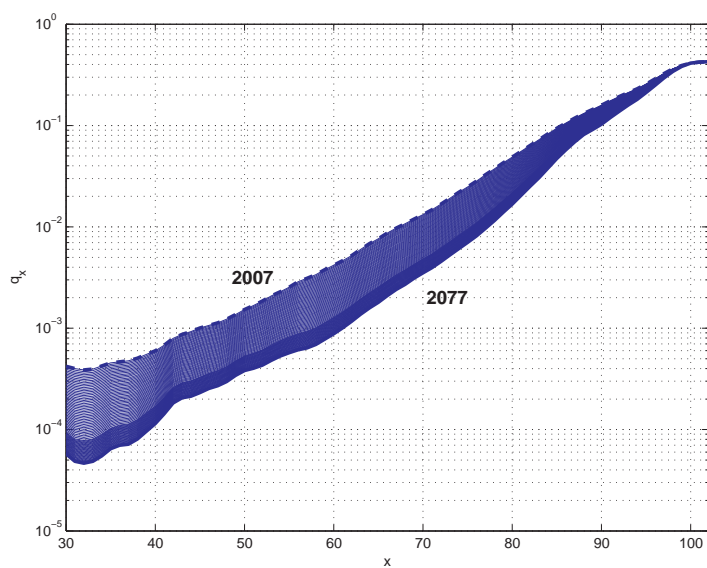
### **Ettåriga dödssannolikheter**

I Figur 4.12 och 4.13 visas de ettåriga dödssannolikheterna per kalenderår, medan de i Figur 4.14 och 4.15 har transformerats om till kohortdödligheter för födelseåren 1904-1977.

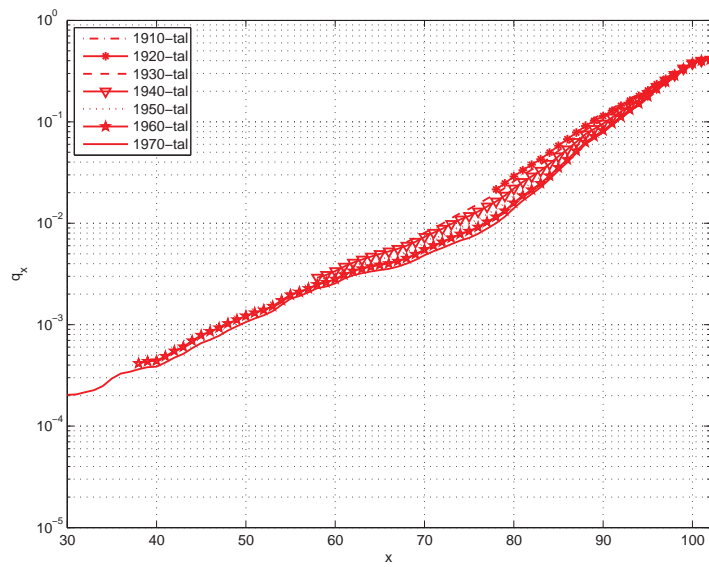
Dödssannolikheterna bär, som tidigare konstaterat, tydliga spår av befolkningsdödligheten. Genom att kvoten mellan dödligheten för de frivilligt försäkrade och befolkningen är olika stor i olika åldrar kommer utseendet på kurvan med de ettåriga dödssannolikheterna att skilja sig något åt mot befolkningsdödligheten.



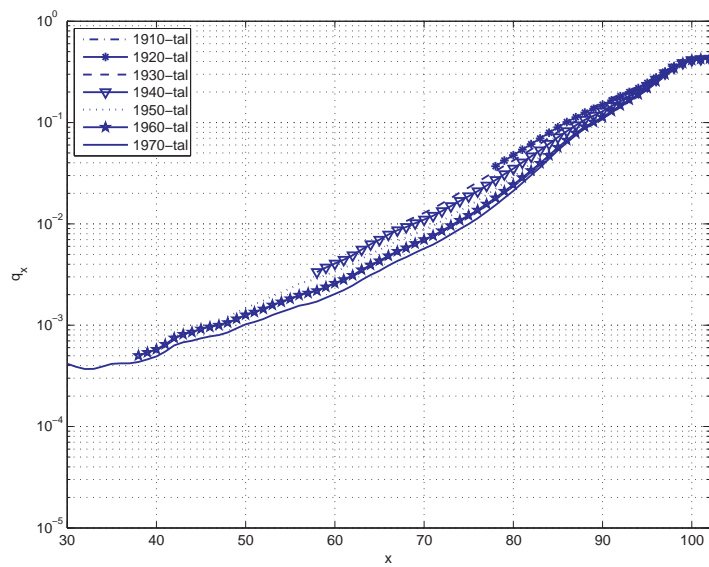
Figur 4.12: *Ettårig dödssannolikhet per kalenderår, frivilligt försäkrade - Kvinnor*



Figur 4.13: *Ettårig dödssannolikhet per kalenderår, frivilligt försäkrade - Män*



Figur 4.14: Ettårig dödssannolikhet per födelsekohort, frivilligt försäkrade - Kvinnor

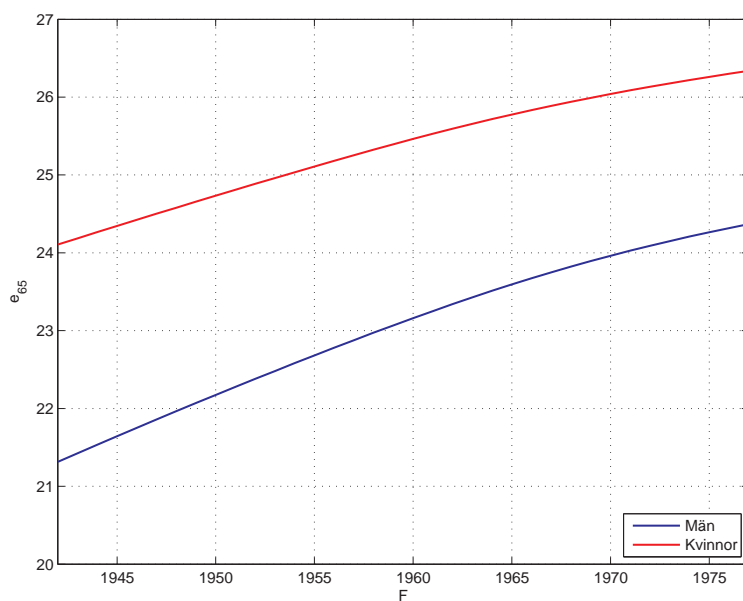


Figur 4.15: Ettårig dödssannolikhet per födelsekohort, frivilligt försäkrade - Män



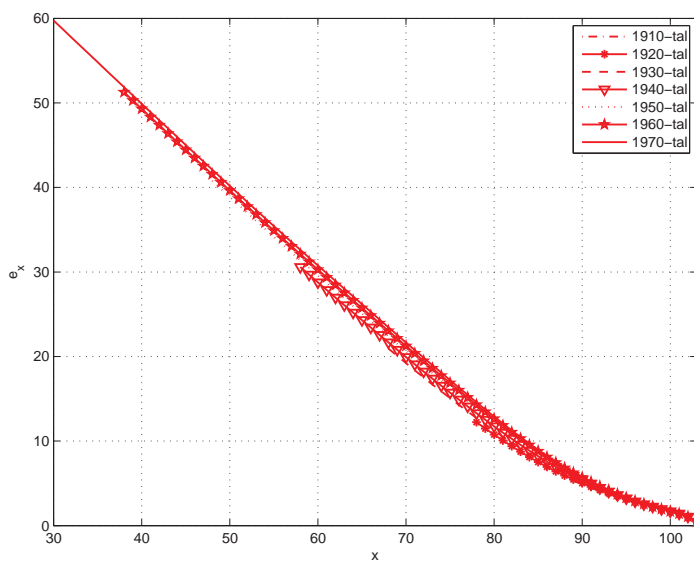
## Förväntad återstående livslängd

I Figur 4.17 och 4.18 visas de återstående livslängderna för frivilligt försäkrade utifrån ålder och födelsekohort. Ju senare en individ är född, desto längre är den återstående förväntade livslängden. Skillnaderna i medellivslängden mellan olika födelsekohorter varierar med åldern och är som störst i unga år och avtar med stigande ålder. Skillnaderna mellan olika födelsekohorter är större för män än för kvinnor. För en 60-åring varierar den återstående medellivslängden mellan 29 år och 31 år för kvinnor samt 26 år och 29 år för män beroende på om individen är född på 1950- eller 1970-talet.

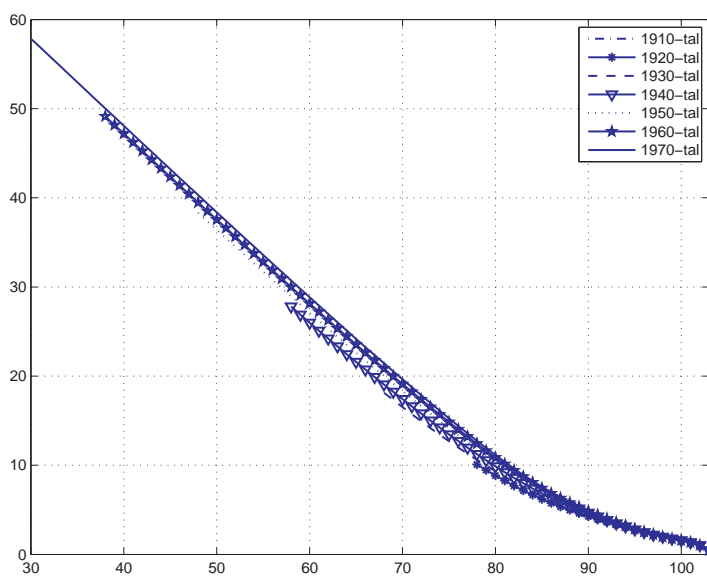


Figur 4.16: Återstående medellivslängd per födelsekohort, frivilligt försäkrade

Den återstående medellivslängden vid 65 års ålder varierar mellan 24 år och 26,5 år för kvinnor beroende på födelseår. Motsvarande ökning för männen går från 21,5 år till 24,5 år, vilket framgår av Figur 4.16. Den lägre dödligheten för de frivilligt försäkrade leder till att dessa har en medellivslängd som är cirka 2 år lägre än den totala befolkningens.



Figur 4.17: Återstående medellivslängd per födelsekohort, frivilligt försäkrade - Kvinnor



Figur 4.18: Återstående medellivslängd per födelsekohort, frivilligt försäkrade - Män

### Makehamanpassad dödlighet för frivilligt försäkrade

I Figur 4.19-4.25 visas de Makehamanpassade dödlighetsintensiteterna för frivilligt försäkrade individer födda på 1910- till 1970-talet. Parametrarna visas i Tabell 4.1 och 4.2.

Av figurerna framgår tydligt att den Makehamanpassning som gjorts av den framtida dödligheten inte speglar den prognosticerade dödligheten särskilt väl. Framförallt är det resultatet av den relativa låga minskningen av dödligheten för kvinnor som resulterar i en puckel runt 60-årsåldern som inte går att uttrycka med en Makehamformel. I åldrarna 50-75 år för kvinnorna och 50-70 år för männen kommer den parametrerade dödligheten kraftigt att understiga den prognosticerade. Av figurerna framgår att detta problem finns i skattningarna för kohorterna födda på 1940- till 1970-talet. I tidigare kohorter har de kritiska åldrarna redan passerats.

Anpassningen av Makehamparametrarna har krävt en hel del handpåläggning för att på ett någorlunda bra sätt spegla den skattade dödligheten. Bland annat har ett antagande gjorts att dödligheten i 30-årsåldern är lika för kvinnor och män, det vill säga att Makehamformeln har samma  $a$ -parametrar för både män och kvinnor. Syftet med detta antagande är att skapa en bättre anpassning i åldrarna runt 50 år.

Då dödligheten i åldrarna 50-75 år kraftigt underskattas i Makehammodellen kommer modellen vara olika användbar beroende på om det är en livsfalls- eller dödsfallsrisk som ska beräknas. Dödsfallsrisk finns oftast i yngre åldrar och livsfallsrisk i höga. På grund av avvikelser från den skattade modellen är det därför inte lämpligt att använda Makehammodellen för beräkning av dödsfallsrisker. För risker förknippade med lång levnad ger modellen en betydligt bättre approximation.

Makehamparametrarna för de mycket tidiga födelsekohorterna får mycket låga  $a$ -värden och mycket höga  $b$ -värden på grund av att de är en anpassning av data i mycket höga åldrar. Makehamformeln för de tidiga födelsekohorterna kan alltså inte användas för att beräkna dödligheten i lägre åldrar för senare födelsekohorter.

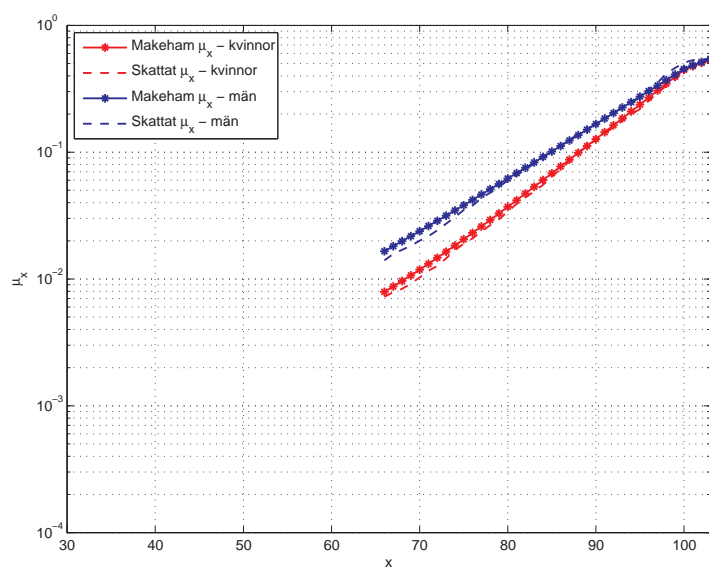
Då Makehamformeln inte ger bra skattningar för höga åldrar gäller endast modellen upp till 100-års ålder. Därefter används med modellen beskriven i (4.2.3) med  $\omega = 100$  och  $k = 0,03$ .

Födelseår	1910- tal	1920- tal	1930- tal	1940- tal	1950- tal	1960- tal	1970- tal
$10^3 \cdot a$	2,0	3,0	1,5	0,78	0,45	0,35	0,30
$10^6 \cdot b$	1,356	0,431	0,212	0,104	0,051	0,021	0,011
$c$	0,127	0,138	0,145	0,152	0,159	0,168	0,175

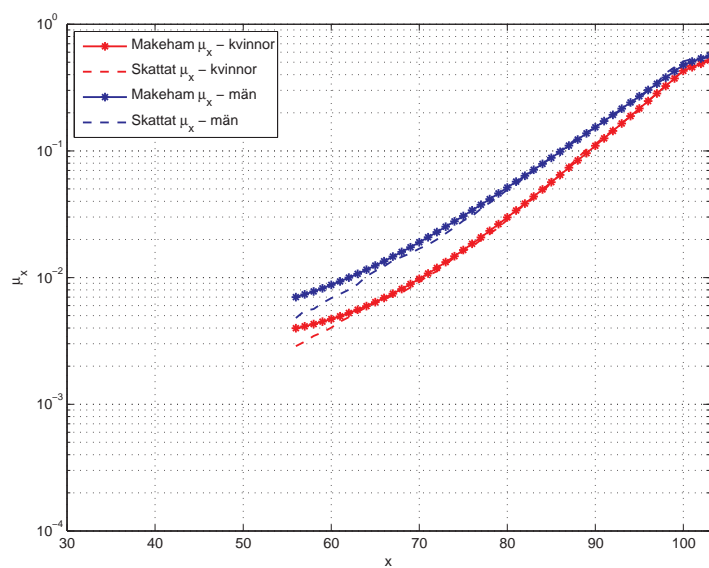
Tabell 4.1: *Makehamparametrar, frivilligt försäkrade - Kvinnor*

Födelseår	1910- tal	1920- tal	1930- tal	1940- tal	1950- tal	1960- tal	1970- tal
$10^3 \cdot a$	2,0	4,0	1,8	0,88	0,45	0,35	0,30
$10^6 \cdot b$	18,549	4,784	1,917	0,771	0,380	0,126	0,065
$c$	0,101	0,115	0,124	0,134	0,140	0,152	0,159

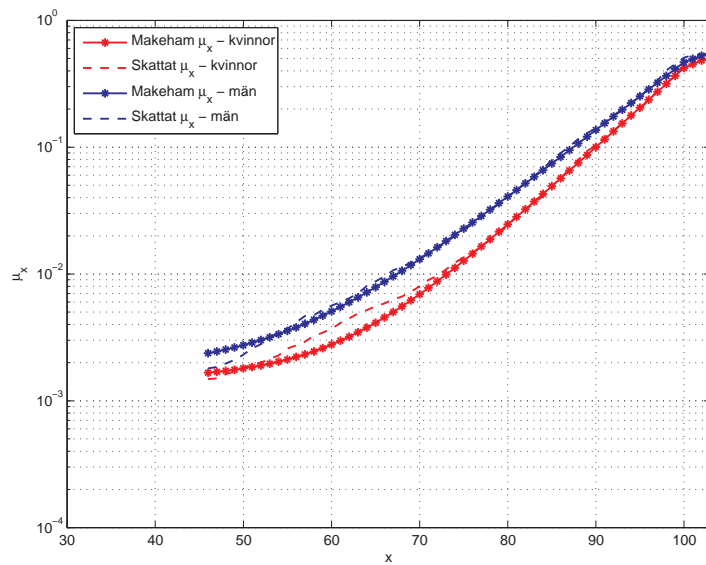
Tabell 4.2: *Makehamparametrar, frivilligt försäkrade - Män*



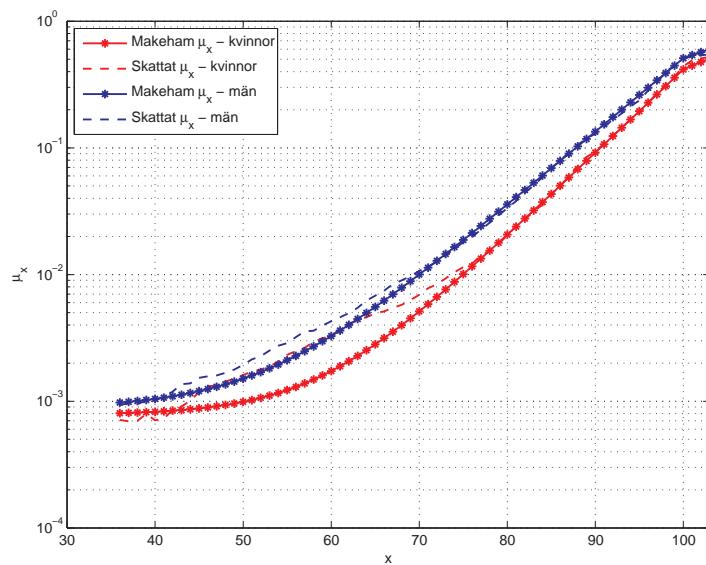
Figur 4.19: Prognosticerad dödlighet och Makehamanpassning, frivilligt försäkrade födda på 1910-talet



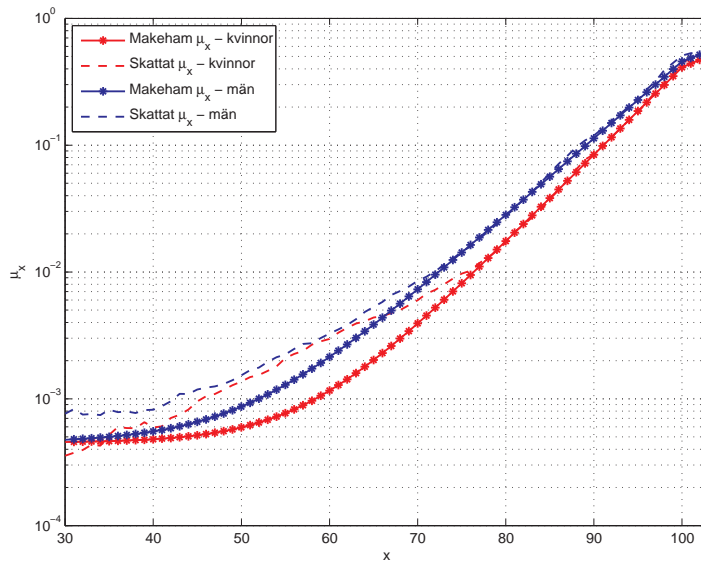
Figur 4.20: Prognosticerad dödlighet och Makehamanpassning, frivilligt försäkrade födda på 1920-talet



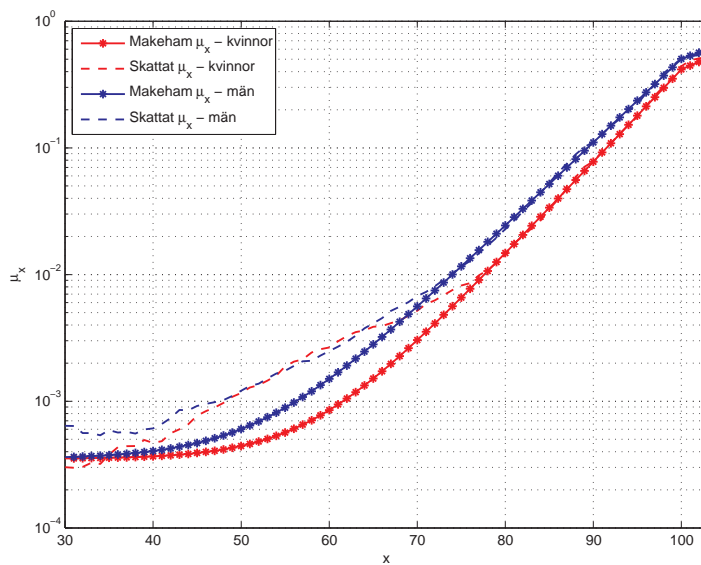
Figur 4.21: *Prognosticerad dödlighet och Makehamanpassning, frivilligt försäkrade födda på 1930-talet*



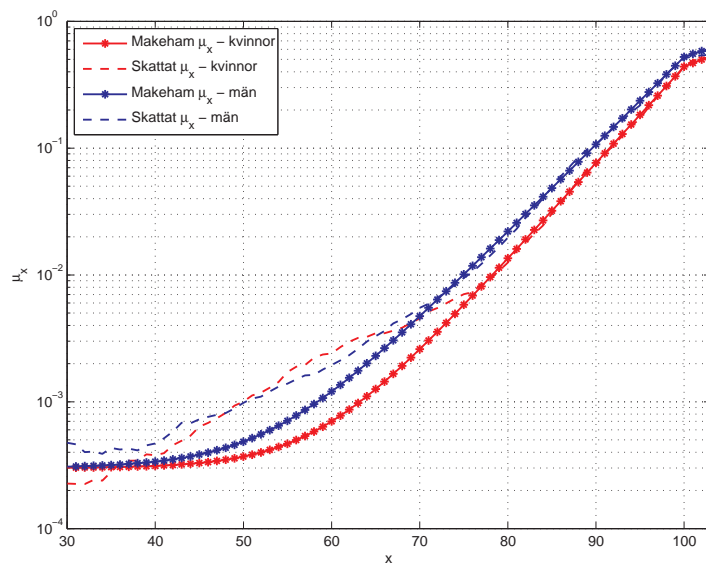
Figur 4.22: *Prognosticerad dödlighet och Makehamanpassning, frivilligt försäkrade födda på 1940-talet*



Figur 4.23: Prognosticerad dödlighet och Makehamanpassning, frivilligt försäkrade födda på 1950-talet



Figur 4.24: Prognosticerad dödlighet och Makehamanpassning, frivilligt försäkrade födda på 1960-talet

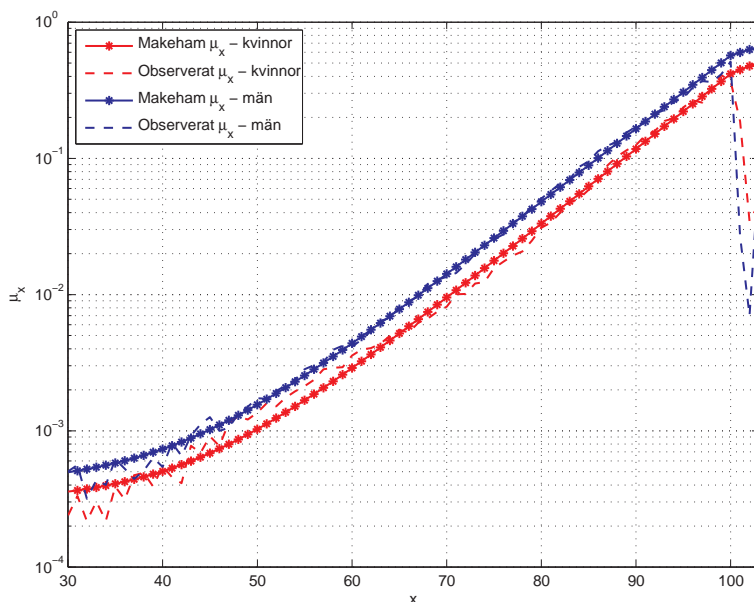


Figur 4.25: Prognosticerad dödlighet och Makehamanpassning, frivilligt försäkrade födda på 1970-talet



### 4.3.2 Makehamanpassning utan trend för frivilligt försäkrade

Dödligheten idag för de frivilligt försäkrade i form av en Makehamanpassad dödlighet visas i Figur 4.26. Skattningen har gjorts utifrån observerade data under perioden 2001-2005 och parametrarna visas i Tabell 4.3.



Figur 4.26: *Makehamanpassning utifrån data för 2001-2005, frivilligt försäkrade*

Viss handpåläggning har gjorts på  $a$ -parametrarna för att få rätt anpassning av dödligheten i låga åldrar.

Makehamformeln överskattar dödligheten för både kvinnor och män i åldrarna 30-40 år. Därefter är anpassningen relativt god för den manliga dödligheten. Kvinnornas dödlighet underskattas av Makehamformeln i åldrarna 45-65 år. Det är värt att notera att detta beror på en puckel i dödligheten motsvarande den som vi observerat i den prognosticerade dödligheten.

Parametrar	Kvinnor	Män
$10^3 \cdot a$	0,3	0,4
$10^6 \cdot b$	1,271	2,342
$c$	0,127	0,124

Tabell 4.3: *Makehamparametrar skattade från data för 2001-2005*

I höga åldrar anpassas dödligheten med samma formel och parametrar som i (4.2.3) med  $\omega = 100$  och  $k = 0,03$ . Huruvida skattningen är bra eller inte går inte att utläsa ur observerade data på grund av ett alltför begränsat underlag.

### 4.3.3 Obligatoriskt försäkrade

#### Dödligheten för obligatoriskt försäkrade i förhållande till befolkningen

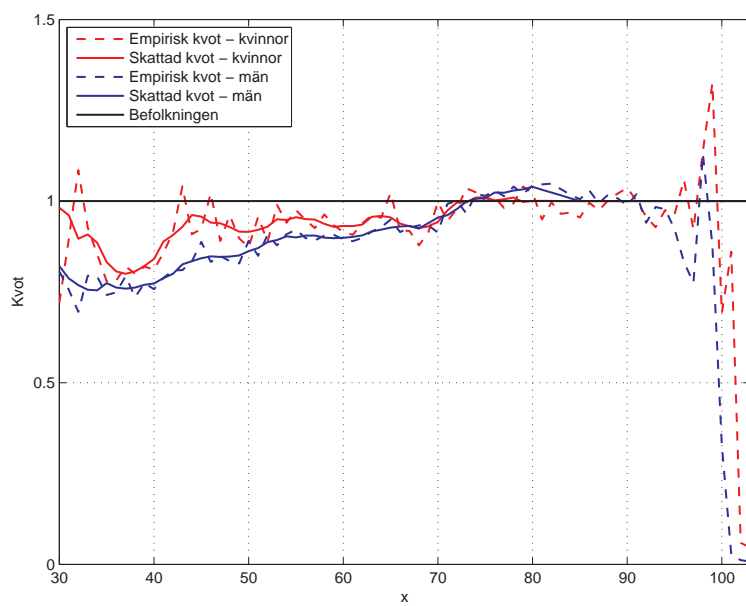
Till skillnad från dödligheten för de frivilligt försäkrade är dödligheten för de obligatoriskt försäkrade endast något lägre än befolkningsdödligheten i de flesta åldrar, vilket framgår av Figur 4.27. För individer mellan 75-85 år överstiger dödligheten för obligatoriskt försäkrade män något dödligheten för män i befolkningen. Vad detta beror på är svårt att bedöma. Vid en jämförelse med motsvarande kvot för delbeståndet obligatoriskt försäkrade tjänstemän kan slutsatsen dras att dödligheten för de obligatoriskt försäkrade som inte är obligatoriskt försäkrade tjänstemän har en högre dödlighet.

Mellan 30-70-årsåldern är dödligheten lägre för de obligatoriskt försäkrade än för befolkningen, både för kvinnor och män. Skillnaden mot befolkningen är som störst i de unga åldrarna, cirka 20-25 % för att sedan successivt minska med stigande ålder. I ett intervall runt 75 år för kvinnor och 80 år för män är dödligheten något högre för de obligatoriskt försäkrade än för befolkningen. Från 85-årsåldern antas dödligheten för de obligatoriskt försäkrade vara i nivå med befolkningsdödligheten.

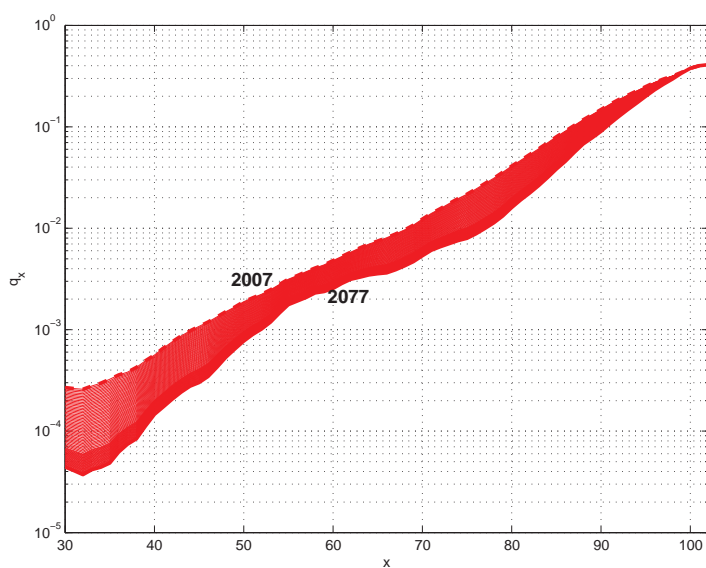
I likhet med de frivilligt försäkrade är variationerna i de observerade kvoterna små för alla studerade åldrar utom de allra äldsta. Även delbeståndet med obligatoriskt försäkrade är så stort att det ger någorlunda stabila skattningar.

#### Ettåriga dödssannolikheter

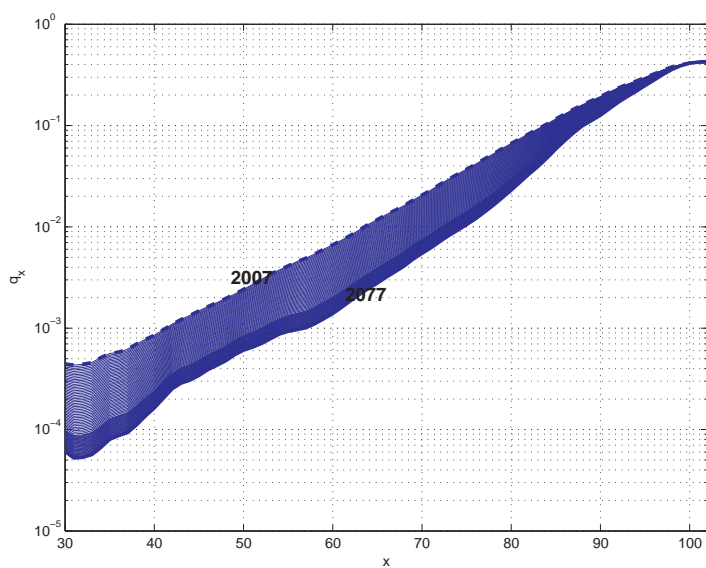
De ettåriga dödssannolikheterna för obligatoriskt försäkrade kvinnor och män visas i Figur 4.28 och 4.29 och motsvarande sannolikheter per födelsekohort i Figur 4.30 och 4.31.



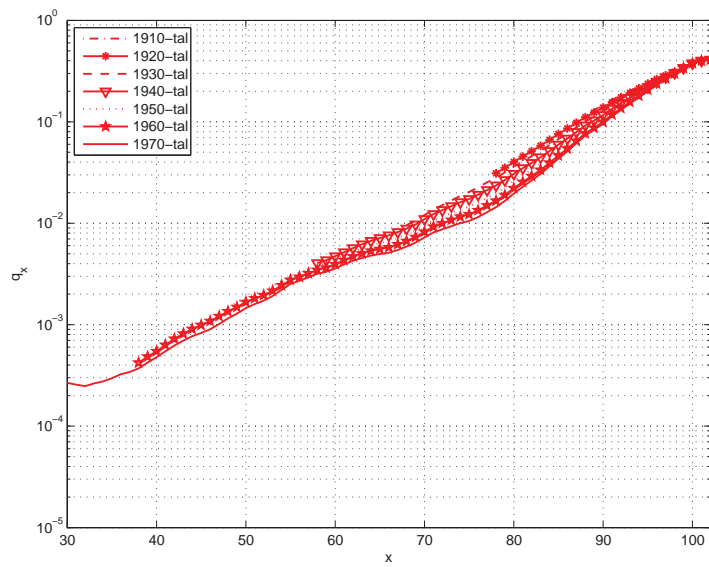
Figur 4.27: Kvot mellan dödlighetsintensiteten för samtliga obligatoriskt försäkrade och befolkningen 2001-2005 - Kvinnor och Män



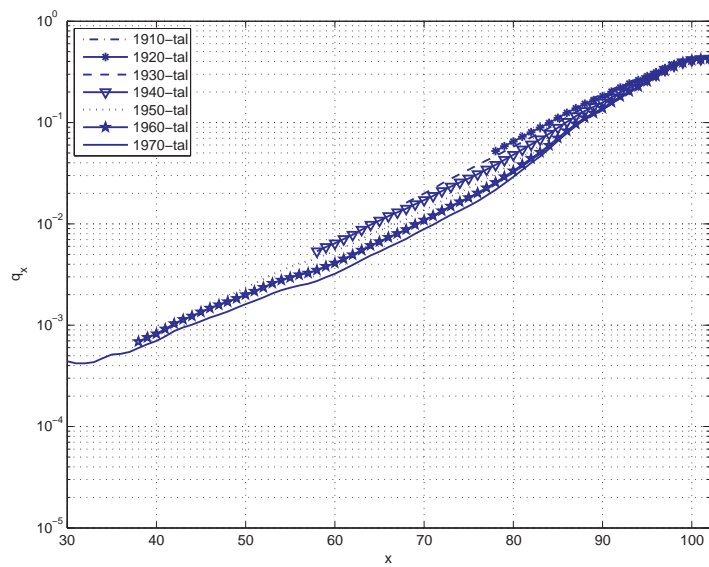
Figur 4.28: *Ettårig dödssannolikhet per kalenderår, obligatoriskt försäkrade - Kvinnor*



Figur 4.29: *Ettårig dödssannolikhet per kalenderår, obligatoriskt försäkrade - Män*



Figur 4.30: Ettårig dödssannolikhet per födelsekohort, obligatoriskt försäkrade - Kvinnor

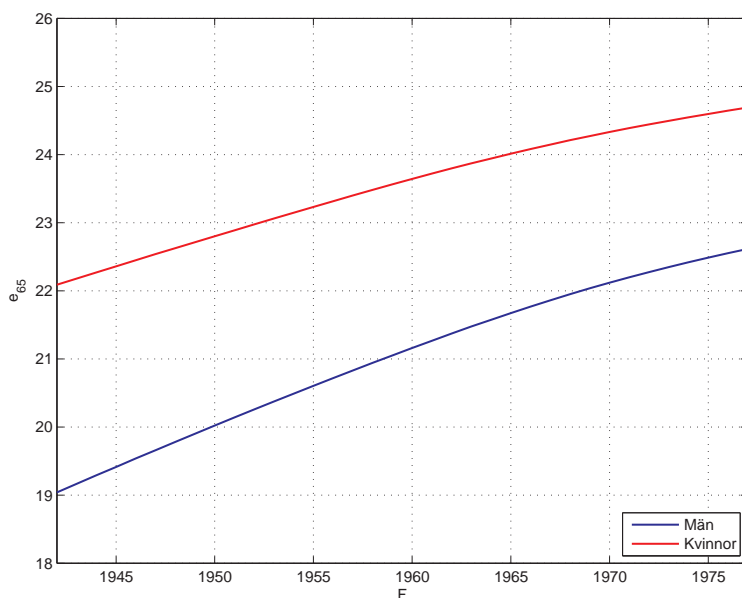


Figur 4.31: Ettårig dödssannolikhet per födelsekohort, obligatoriskt försäkrade - Män

## Förväntad återstående livslängd

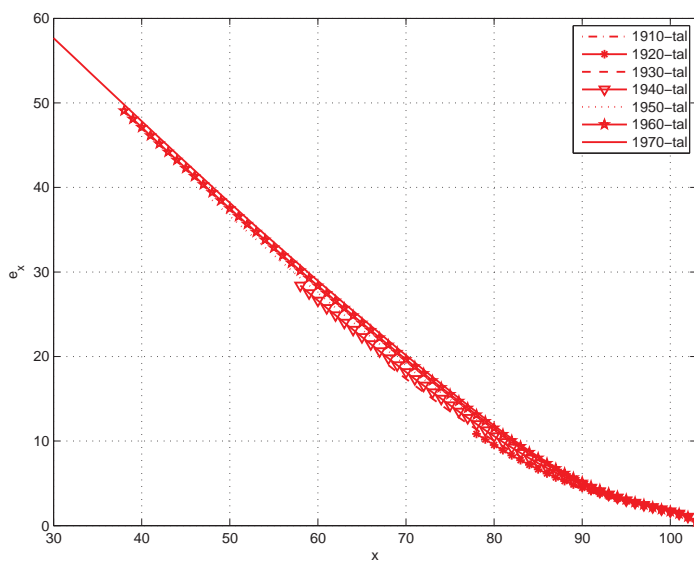
Den återstående medellivslängden för de obligatoriskt försäkrade kommer att ha stora likheten med den för befolkningen, vilket gäller särskilt i åldrarna 70 år och äldre men påverkar även medellivslängden från 65-års ålder. Den återstående livslängden skiljer sig mer från befolkningen för senare födelsekohorter. Återstående livslängd per födelsekohort för obligatoriskt försäkrade visas i Figur 4.33 och 4.34

Figur 4.32 visar att den återstående livslängden för obligatoriskt försäkrade födda år 1942 är cirka två år mindre än för motsvarande individer med en frivillig försäkring. Detta gäller även för försäkrade födda 1977. Medellivslängden från 65 års ålder för en obligatoriskt försäkrad kvinna varierar mellan drygt 22år år och 24,5 år beroende på födelseår. Motsvarande medellivslängd för en man varierar mellan 19 år och 22,5 år.

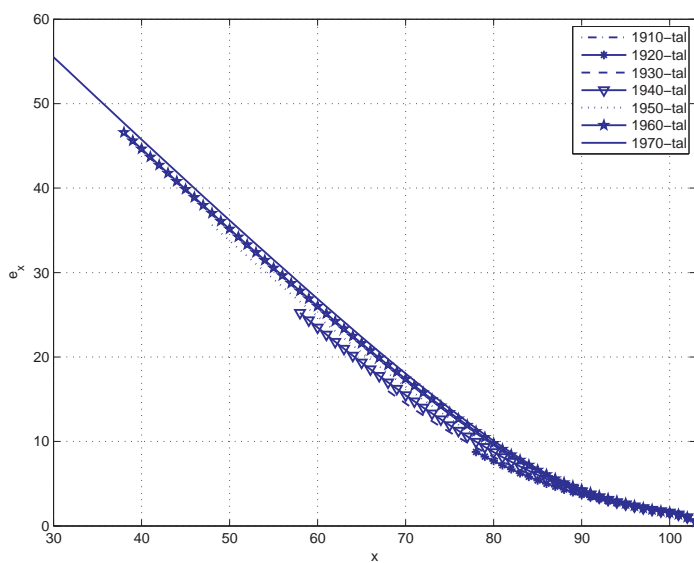


Figur 4.32: Återstående medellivslängd, obligatoriskt försäkrade

Då kvoten mellan de obligatoriskt försäkrade och befolkningen är betydande endast i åldrar lägre än 60 år kommer de obligatoriskt försäkrade att ha ungefär samma medellivslängd som befolkningen.



Figur 4.33: Återstående medellivslängd per födelsekohort, obligatoriskt försäkrade - Kvinnor



Figur 4.34: Återstående medellivslängd per födelsekohort, obligatoriskt försäkrade - Män



### Makehamanpassad dödlighet för obligatoriskt försäkrade

I Figur 4.35-4.41 visas de Makehamanpassade kurvorna för individer födda på 1910- till 1970-talet. Parametrarna visas i Tabell 4.4 och 4.5.

Precis som för de frivilligt försäkrade ger Makehammodellen en relativt dålig anpassning till kohortdödligheten för de obligatoriskt försäkrade. De i Tabell 4.4 och 4.5 givna parametrarna ger en relativt någorlunda bra skattning i låga och höga åldrar, men fångar inte dödligheten för individer runt 60-årsåldern födda på 1940-talet och senare.

Makehamanpassningen har justerat för att bättre spegla den prognosticerade dödligheten. För sena födelsekohorter har ett antagande gjorts att dödligheten för kvinnor och män är ungefär lika stor i unga åldrar. Skillnaderna mellan kvinnors och mäns prognosticerade dödlighet i 50-årsåldern är ungefär lika stor och den manuella justeringen syftar till att bättre spegla detta.

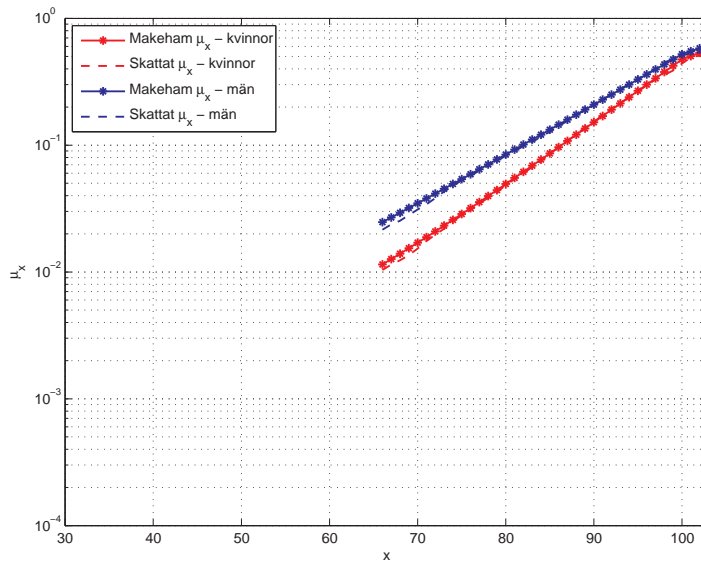
Makehamformel måste därför användas med stor försiktighet och eftertanke. I de åldrar där formeln underskattar den prognosticerade dödligheten bör inte Makehamformeln användas för beräkningar av dödsfallsrisker.

Födelseår	1910- tal	1920- tal	1930- tal	1940- tal	1950- tal	1960- tal	1970- tal
$10^3 \cdot a$	2,0	3,0	2,1	0,75	0,55	0,50	0,35
$10^6 \cdot b$	4,787	1,873	0,919	0,684	0,413	0,168	0,070
$c$	0,115	0,124	0,131	0,134	0,138	0,147	0,157

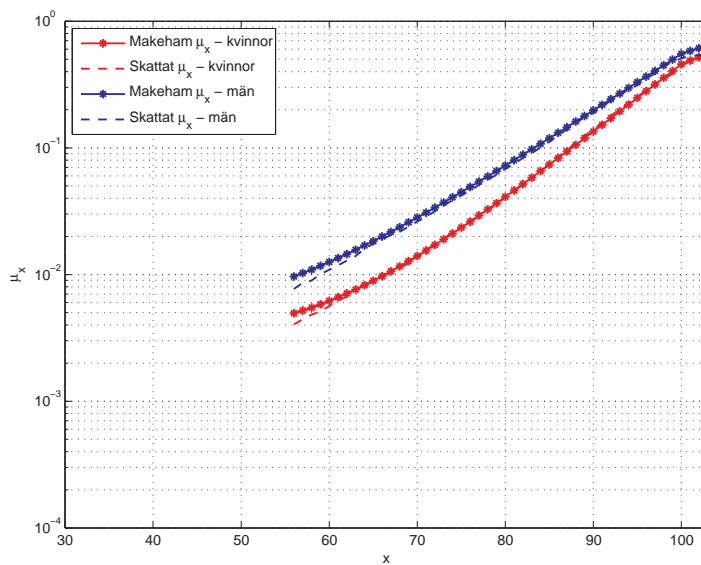
Tabell 4.4: Makehamparametrar, obligatoriskt försäkrade - Kvinnor

Födelseår	1910- tal	1920- tal	1930- tal	1940- tal	1950- tal	1960- tal	1970- tal
$10^3 \cdot a$	2,0	4,0	3,0	1,2	0,55	0,50	0,35
$10^6 \cdot b$	52,421	16,667	6,687	3,302	1,329	0,440	0,226
$c$	0,092	0,104	0,113	0,120	0,129	0,140	0,147

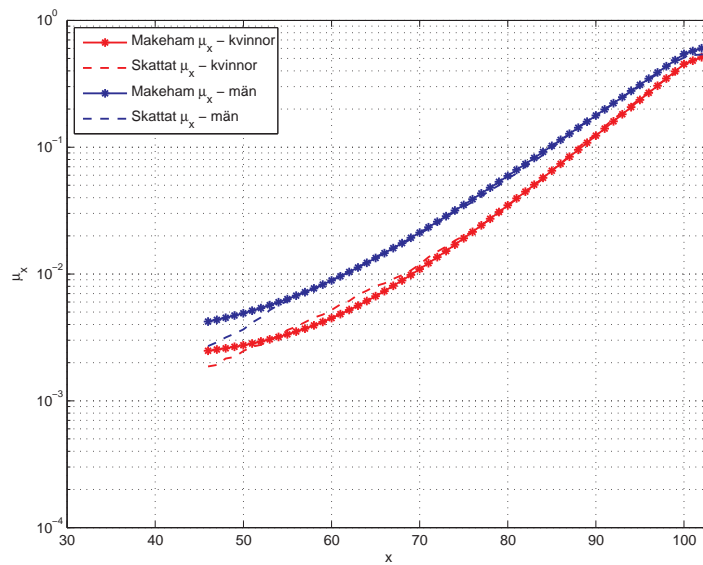
Tabell 4.5: Makehamparametrar, obligatoriskt försäkrade - Män



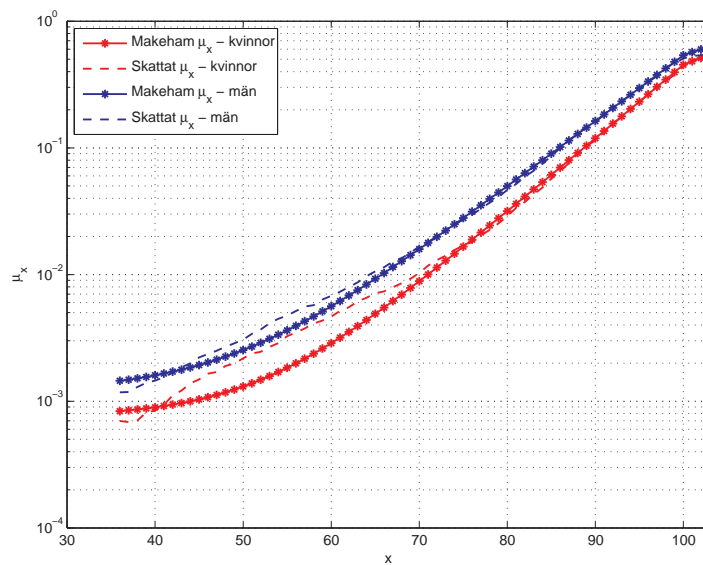
Figur 4.35: *Prognosticerad dödlighet och Makehamanpassning, obligatoriskt försäkrade födda på 1910-talet*



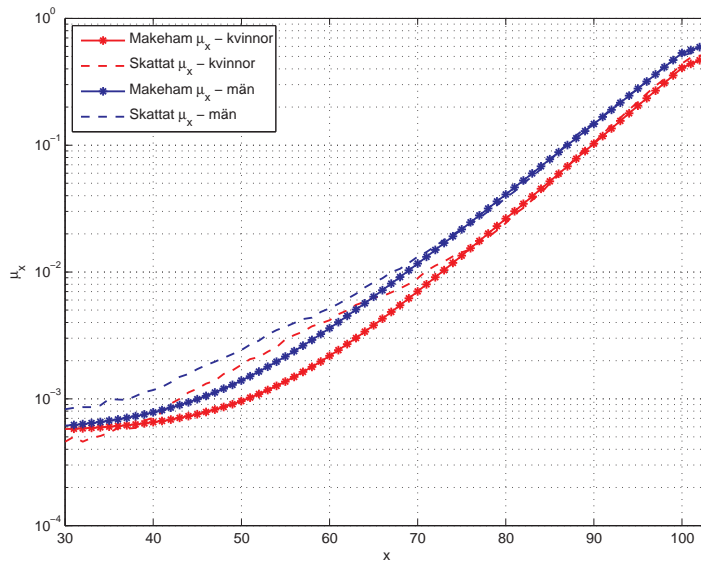
Figur 4.36: *Prognosticerad dödlighet och Makehamanpassning, obligatoriskt försäkrade födda på 1920-talet*



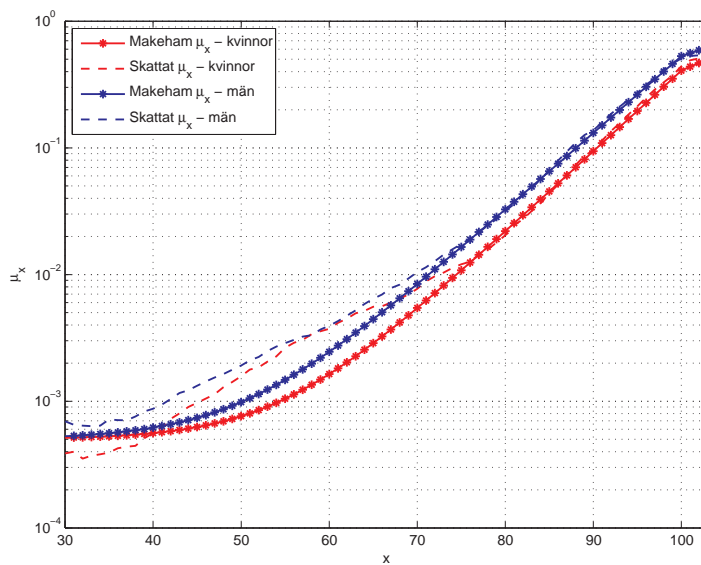
Figur 4.37: *Prognosticerad dödlighet och Makehamanpassning, obligatoriskt försäkrade födda på 1930-talet*



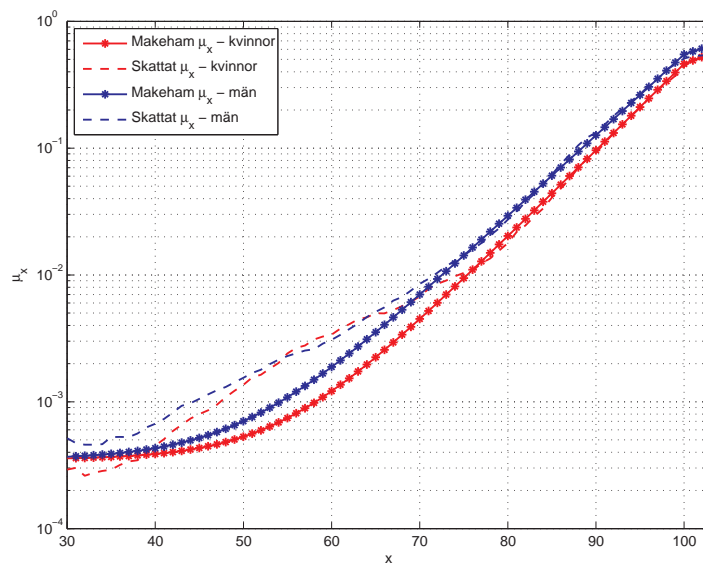
Figur 4.38: *Prognosticerad dödlighet och Makehamanpassning, obligatoriskt försäkrade födda på 1940-talet*



Figur 4.39: *Prognosticerad dödlighet och Makehamanpassning, obligatoriskt försäkrade födda på 1950-talet*



Figur 4.40: *Prognosticerad dödlighet och Makehamanpassning, obligatoriskt försäkrade födda på 1960-talet*



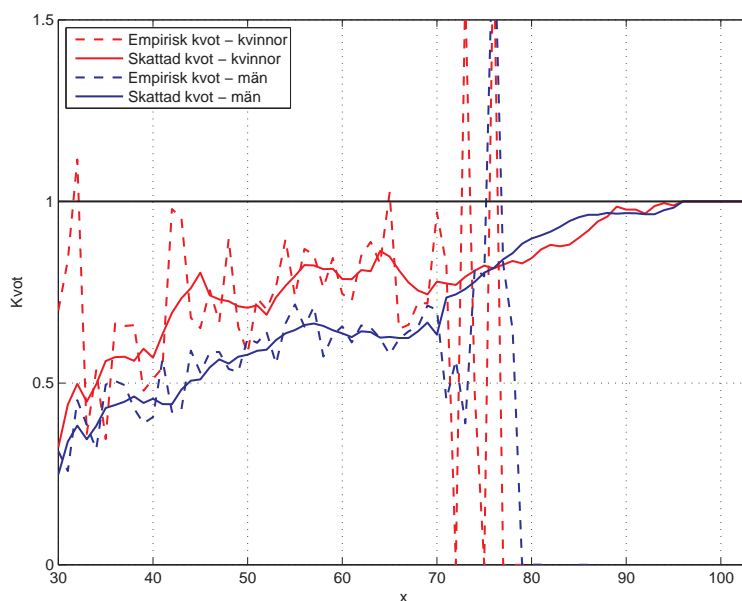
Figur 4.41: *Prognosticerad dödlighet och Makehamanpassning, obligatoriskt försäkrade födda på 1970-talet*

#### 4.3.4 Obligatoriskt försäkrade tjänstemän

##### Dödligheten för obligatoriskt försäkrade tjänstemän i förhållande till befolkningen

Som konstaterats i Kapitel 4.1.3 innehåller materialet för de obligatoriskt försäkrade tjänstemännen i stort sett inga observationer för åldrar över 70 år. Även i yngre åldrar är datamängden mycket begränsad vilket leder till stora fluktuationer i de skattade kvoterna, särskilt för kvinnor. I åldrarna 30-36 år har därför den kvinnliga dödlighetskvoten skattats som en andel av den manliga kvoten. Dödligheten för obligatoriskt försäkrade tjänstemannakvinnor antas vara 30 % lägre än motsvarande för männen.

Variationerna i den empiriskt observerade kvoten för kvinnor här rör består till viss del även i åldrar över 40 år av det förhållandevis lilla beståndet av obligatoriskt försäkrade tjänstemannakvinnor. Beståndet för männen är något större vilket leder till mindre variationer i kvoten.



Figur 4.42: Kvot mellan dödlighetsintensiteten för obligatoriskt försäkrade tjänstemän 2001-2005 - Kvinnor och Män

För åldrarna 37 till 70 år används den ur data skattade kvoten. För åldrar över 70 år saknas en tillförlitlig observerad kvot för de obligatoriskt försäkrade tjänstemännen. Utifrån en jämförelse med kvoten för de frivilligt försäkrade dras slutsatsen att det är rimligt att skatta kvoten för de obligatoriskt försäkrade tjänstemännen 20 % lägre än kvoten för de frivilligt försäkrade.

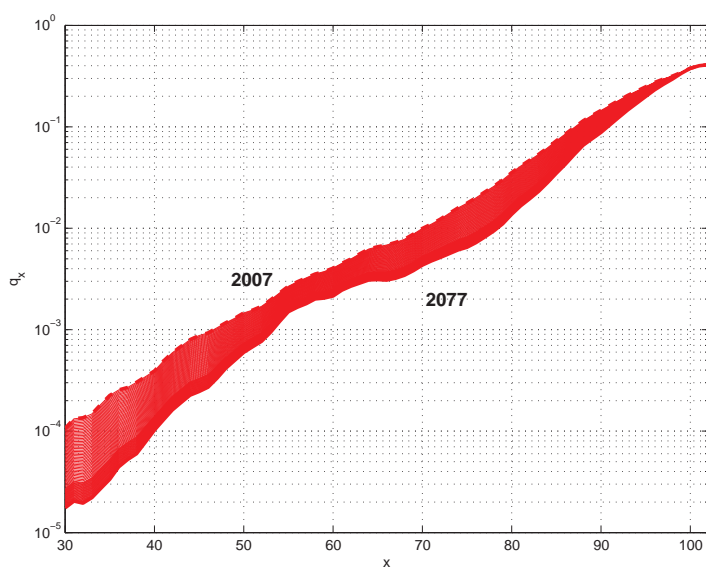
Den skattade kvoten för de obligatoriskt försäkrade tjänstemännen varierar mellan olika åldrar, skillnaden mot befolkningen är som störst i unga år där dödligheten för de obligatoriskt försäkrade tjänstemännen är cirka 70 % lägre för både kvinnor och män än dödligheten för befolkningen. Därefter avtar skillnaden mot befolkningen med ökande ålder, vilket framgår av Figur 4.42.

På grund av att kvoten efter 70-års ålder skattas med hjälp av motsvarande för de frivilligt försäkrade får kvoten för de obligatoriskt försäkrade tjänstemännen i åldrar över 70 år samma egenskaper som kan observeras i kvoten för de frivilligt försäkrade. Fram till 75-årsåldern är kvoten för män lägre än kvinnornas, men därefter stiger den kvinnliga kvoten mindre och blir lägre.

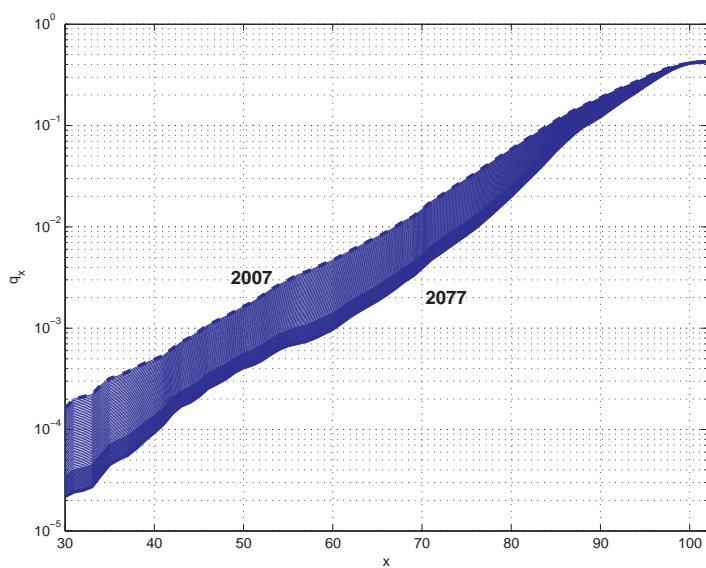
### **Ettåriga dödssannolikheter**

De mycket låga kvoterna i åldrarna strax över 30 år leder till att de ettåriga dödssannolikheterna blir lägre än för övriga delbestånd. Dessa visas i Figur 4.43 och 4.44. De ettåriga dödssannolikheterna per födelsekohort visas i Figur 4.45 och 4.46.

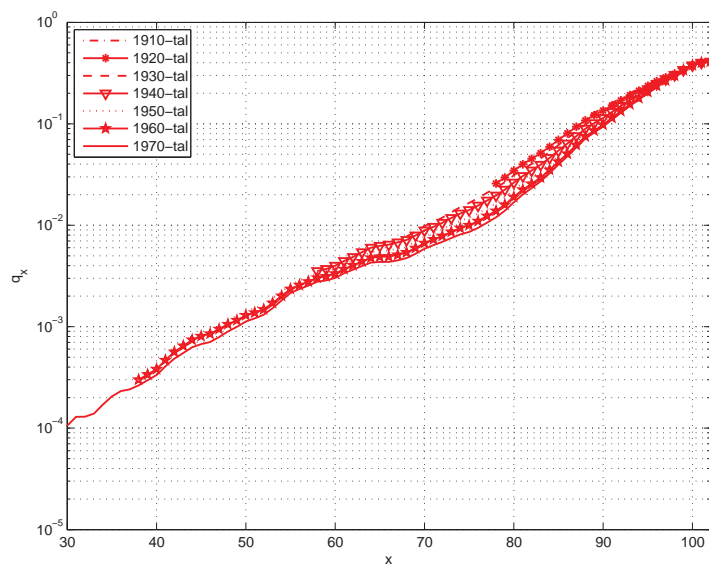




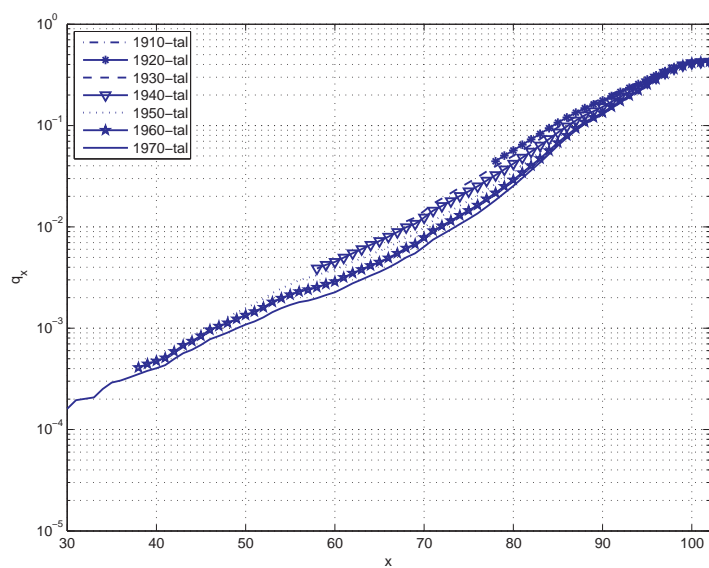
Figur 4.43: Ettårig dödssannolikhet per kalenderår, obligatoriskt försäkrade tjänstemän - Kvinnor



Figur 4.44: Ettårig dödssannolikhet per kalenderår, obligatoriskt försäkrade tjänstemän - Män



Figur 4.45: Ettårig dödssannolikhet per födelsekohort, obligatoriskt försäkrade tjänstemän - Kvinnor



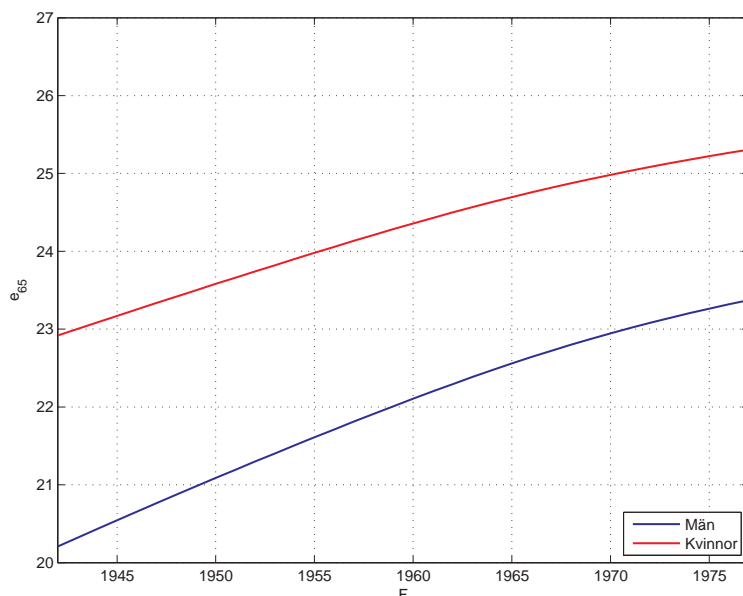
Figur 4.46: Ettårig dödssannolikhet per födelsekohort, obligatoriskt försäkrade tjänstemän - Män

## Förväntad återstående livslängd

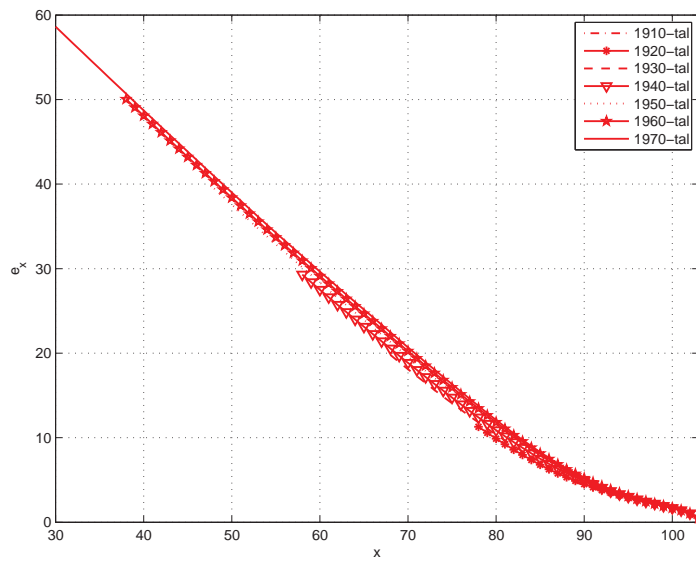
I Figur 4.47 visas den förväntade återstående livslängden vid 65 års ålder. Den största skillnaden mellan dödligheten för de obligatoriskt försäkrade tjänstemännen och befolkningen finns som sagt i de yngre åldrarna och kommer alltså inte att påverka den förväntade återstående medellivslängden vid 65 års ålder. Medellivslängden för kvinnor födda 1942 är 23 år och medellivslängden för män födda samma år är 20 år. För individer födda år 1977 har kvinnornas medellivslängd ökat med drygt två år till cirka 25 år och männens med 2,5 år till 23,5 år.

I förhållande till den förväntade återstående livslängden vid 65 års ålder för befolkningen är medellivslängden för de obligatoriskt försäkrade tjänstemännen cirka ett år längre för både kvinnor och män.

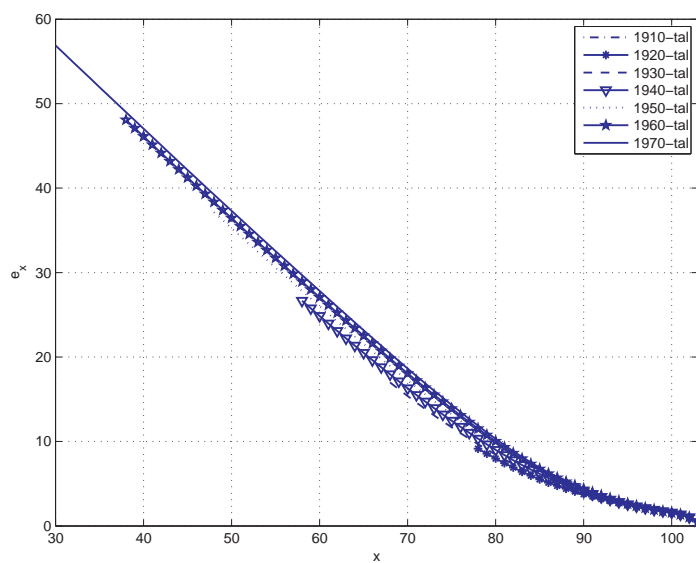
I Figur 4.48 och 4.49 visas den förväntade återstående medellivslängden per födelsekohort.



Figur 4.47: Återstående medellivslängd, obligatoriskt försäkrade tjänstemän



Figur 4.48: Återstående medellivslängd, obligatoriskt försäkrade tjänstemän - Kvinnor



Figur 4.49: Återstående medellivslängd, obligatoriskt försäkrade tjänstemän - Män

### **Makehamanpassad dödlighet för obligatoriskt försäkrade tjänstemän**

I Figur 4.50-4.56 visas de Makehamanpassade kurvorna för individer födda på 1910- till 1970-talet. Parametrarna visas i Tabell 4.6 och 4.7.

Makehamformeln för de obligatoriskt försäkrade tjänstemännen är precis som för de frivilligt och obligatoriskt försäkrade en dålig anpassning av den prognosticerade dödligheten då den, i likhet med övriga delbestånd, underskattar dödligheten i åldrarna 30-75 år på grund av att Makehamformeln inte fångar den puckeln i dödligheten för både kvinnor och män i dessa åldrar.

Dödligheten för de obligatoriskt försäkrade tjänstemännen födda på 50-, 60- och 70-talet har en förhållandevis mycket lägre dödlighet i 30-årsåldern än övriga bestånd. Makehamapproximationen fångar inte detta utan överskattar dödligheten i åldrarna 30-35 år.

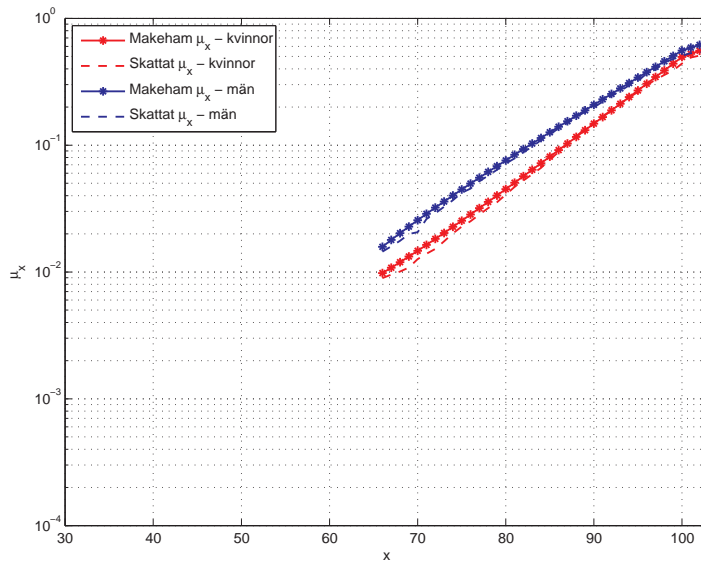
För övriga åldrar upp till 75 års åldern överskattas dödligheten och det är viktigt att ha i åtanke vilken risk som ska beräknas. Dödsfallsrisker kan kräva säkerhetsbelastningar av Makehamformeln i åldrar under 75 år för att ta hänsyn till effekterna av underdödligheten i Makehamanpassningen.

Födelseår	1910- tal	1920- tal	1930- tal	1940- tal	1950- tal	1960- tal	1970- tal
$10^3 \cdot a$	2,0	2,5	1,6	0,50	0,33	0,25	0,15
$10^6 \cdot b$	2,483	0,783	0,311	0,153	0,076	0,031	0,019
$c$	0,122	0,134	0,143	0,150	0,157	0,166	0,170

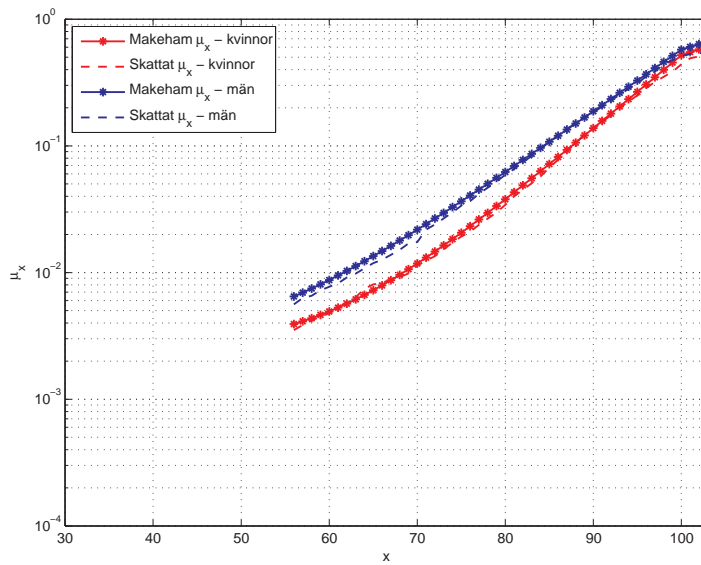
Tabell 4.6: Makehamparametrar, obligatoriskt försäkrade tjänstemän - Kvinnor

Födelseår	1910- tal	1920- tal	1930- tal	1940- tal	1950- tal	1960- tal	1970- tal
$10^3 \cdot a$	-5,0	2,5	2,0	0,70	0,35	0,25	0,15
$10^6 \cdot b$	34,447	7,086	2,825	1,134	0,456	0,185	0,095
$c$	0,097	0,113	0,122	0,131	0,140	0,150	0,157

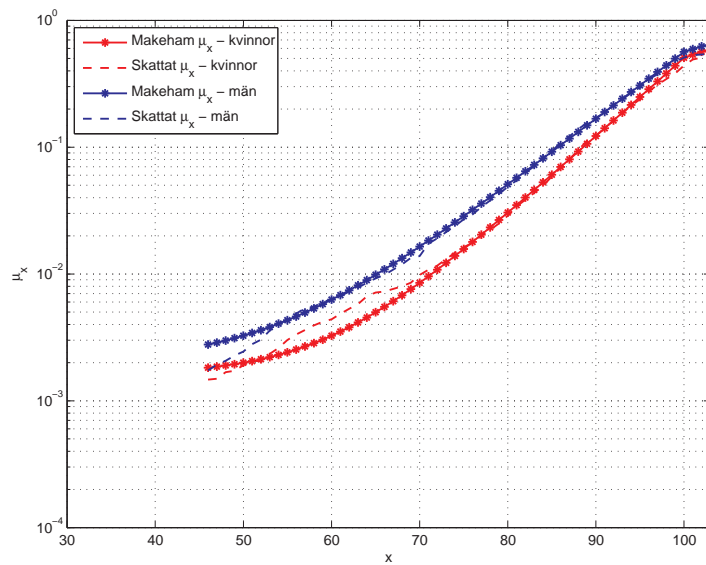
Tabell 4.7: Makehamparametrar, obligatoriskt försäkrade tjänstemän - Män



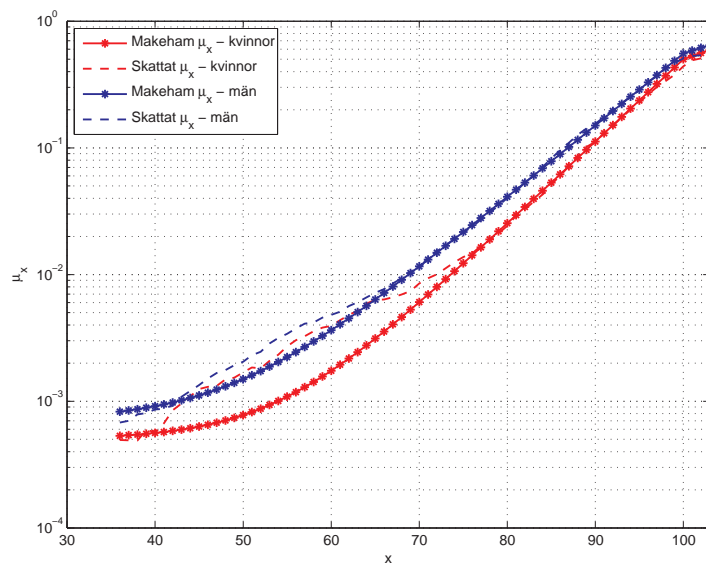
Figur 4.50: *Prognosticerad dödlighet och Makehamanpassning, obligatoriskt försäkrade tjänstemän födda på 1910-talet*



Figur 4.51: *Prognosticerad dödlighet och Makehamanpassning, obligatoriskt försäkrade tjänstemän födda på 1920-talet*

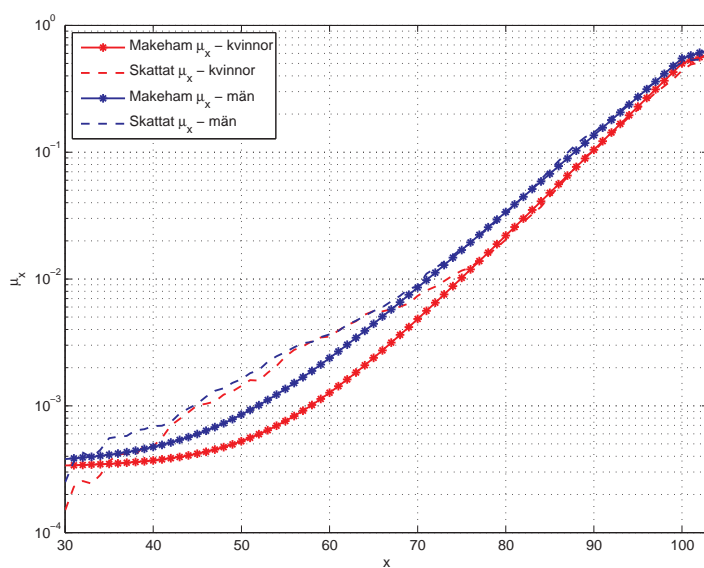


Figur 4.52: *Prognosticerad dödlighet och Makehamanpassning, obligatoriskt försäkrade tjänstemän födda på 1930-talet*

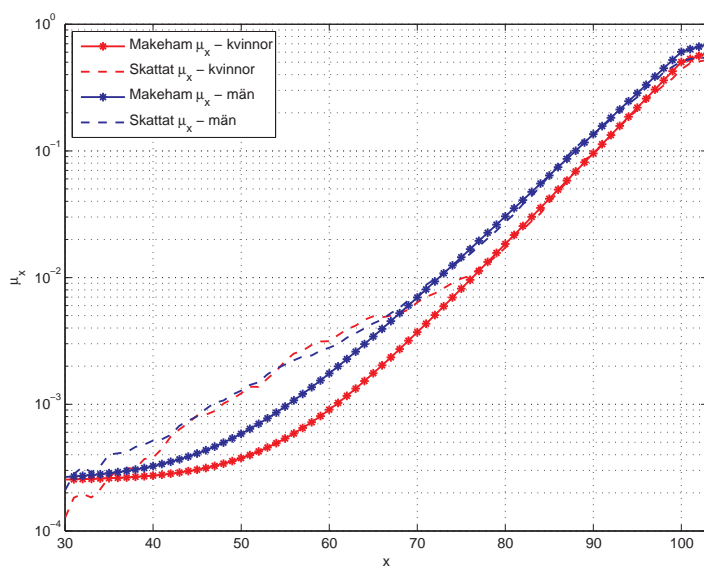


Figur 4.53: *Prognosticerad dödlighet och Makehamanpassning, obligatoriskt försäkrade tjänstemän födda på 1940-talet*

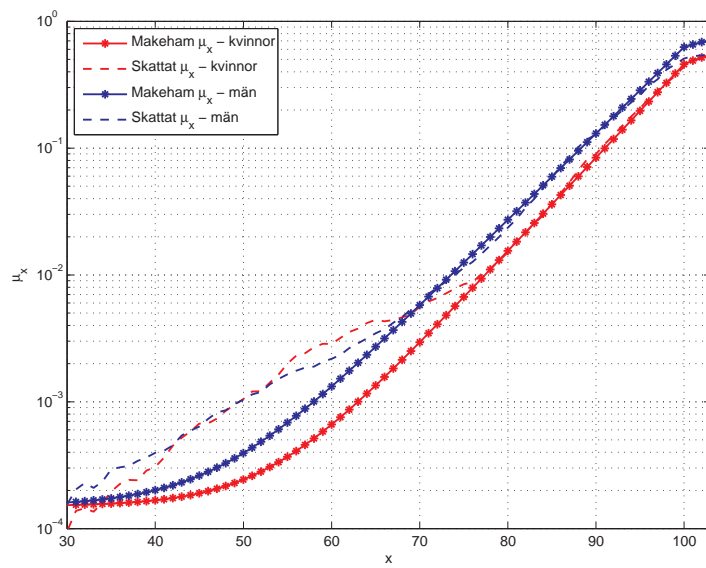




Figur 4.54: *Prognosticerad dödlighet och Makehamanpassning, obligatoriskt försäkrade tjänstemän födda på 1950-talet*



Figur 4.55: *Prognosticerad dödlighet och Makehamanpassning, obligatoriskt försäkrade tjänstemän födda på 1960-talet*



Figur 4.56: *Prognosticerad dödlighet och Makehamanpassning, obligatoriskt försäkrade tjänstemän födda på 1970-talet*

## Kapitel 5

# Jämförelse mellan delbestånden

För att göra en mer realistisk bedömning av dödligheten hos de försäkrade har det totala försäkringskollektivet delats in i tre olika delbestånd; frivilligt försäkrade, obligatoriskt försäkrade samt obligatoriskt försäkrade tjänstemän. Noteras bör att beståndet med obligatoriskt försäkrade tjänstemän är en delmängd av beståndet med obligatoriskt försäkrade. En närmare beskrivning av delkollektiven ges i Kapitel 4, där också en jämförelse görs mellan dessa och befolkningen. I detta Kapitel kommenteras skillnaderna mellan de olika delbestånden.

I Figur 4.4, 4.7 och 4.9 i Kapitel 4 ges en bild av mängden data för de olika delbestånden. Då de obligatoriskt försäkrade tjänstemännen är en delmängd av de obligatoriskt försäkrade är delbeståndet av obligatoriskt försäkrade tjänstemän betydligt mindre än de övriga.

Det som främst skiljer delbestånden åt är den relativa mängden data för åldrar över 70 år. För de obligatoriskt försäkrade tjänstemännen saknas data för dessa åldrar och det har lett till att approximationer har gjorts gällande dödligheten för detta delbestånd. Skillnaderna mellan delbestånden blir således ett resultat av de antaganden som har gjorts.

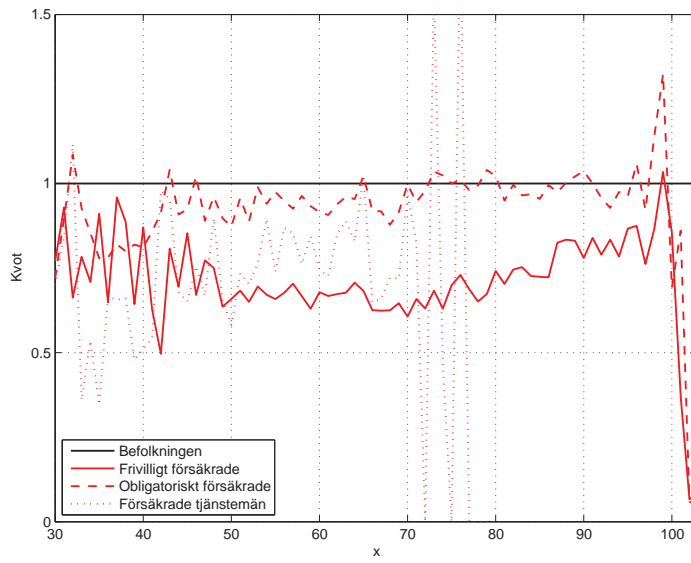
## 5.1 Observerade skillnader mellan delbestånden

De faktiska skillnader som finns mellan de tre delbestånden gentemot befolkningen åskådliggörs i Figur 5.1 och 5.2. De empiriska kvoterna mot befolkningen kan också ses som ett riskindex med befolkningen som bas.

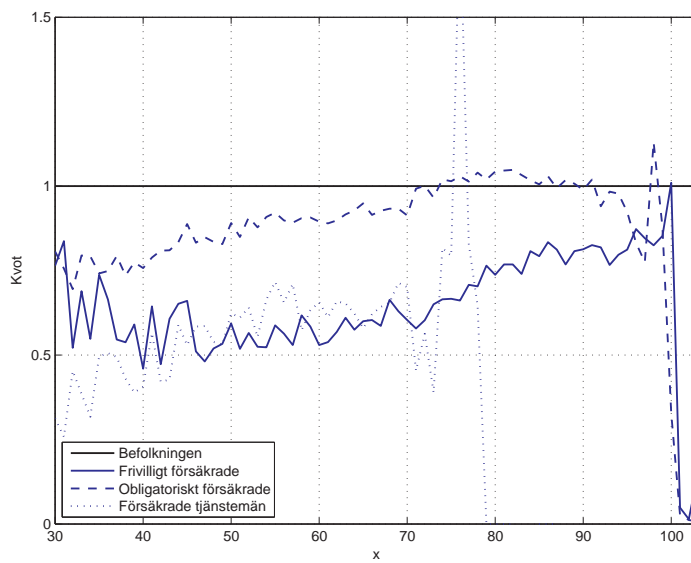
Alla tre delbestånd har enligt Figur 5.1 och 5.2 lägre dödlighet än befolkningen i stort sett i alla åldrar. Skillnaderna mellan de tre olika delbestånden är tydligast för män, men även för kvinnor framgår det att dödligheten är högst för samtliga obligatoriskt försäkrade och lägst för de frivilligt försäkrade, förutom i låga åldrar strax över 30 år där de obligatoriskt försäkrade tjänstemännen har lägst dödlighet.

På grund av brist på data varierar kvoten för de obligatoriskt försäkrade tjänstemännen mycket, även i åldrar över 40 år och det är därför svårt att dra några bestämda slutsatser om framförallt skillnaden mellan de frivilligt försäkrade och de obligatoriskt försäkrade tjänstemännen.

Figurerna visar att obligatoriskt försäkrade överlag har den högsta observerade dödligheten. Frivilligt försäkrade av båda könen har en betydligt lägre dödlighet, i åldrarna 55-70 år så låg som ca 60% av dödligheten för de obligatoriskt försäkrade.



Figur 5.1: *Empiriskt observerade kvoter - Kvinnor*



Figur 5.2: *Empiriskt observerade kvoter - Män*

## 5.2 Skillnader mellan delbestånden i den beräknade dödligheten

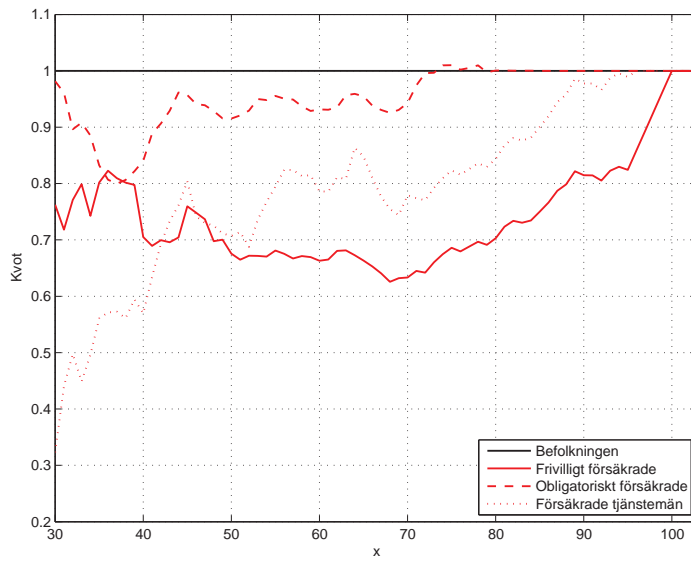
Då kvoterna mellan befolkningen och de tre delbestånden har jämnats ut och dödligheten i åldrar under 30 år samt höga åldrar har approximerats blir skillnaderna mellan delbestånden tydligare. De utjämnade kvoterna redovisas i Figur 5.3 och 5.4. Den markanta skillnaden mellan delbestånden är åldern då dödligheten för respektive delbestånd antas överensstämma med dödligheten för befolkningen. För de obligatoriskt försäkrade sker detta vid 80 år, för de obligatoriskt försäkrade tjänstemännen vid cirka 90 år och för de frivilligt försäkrade vid 95 år. På grund av att tillförlitliga data saknas för obligatoriskt försäkrade tjänstemän över 65 års ålder har det antagits att tjänstemännen och de frivilligt försäkrade uppvisar liknande dödlighetsegenskaper i höga åldrar.

Metodiken för att beräkna den framtida dödligheten för försäkringsbestånden bygger enligt formel (4.2.2) på de kvoter som illustreras i Figur 5.3 och 5.4. Då förhållandet mellan dödligheten i befolkningen och bland de försäkrade antas vara konstant över tiden används kvoten för alla prognosår. Därmed kommer även de relativa skillnaderna mellan dödligheten i de olika försäkringsbestånden att vara desamma oberoende av prognosår. Detta gäller såväl dödligheten per kalenderår som födelseår.

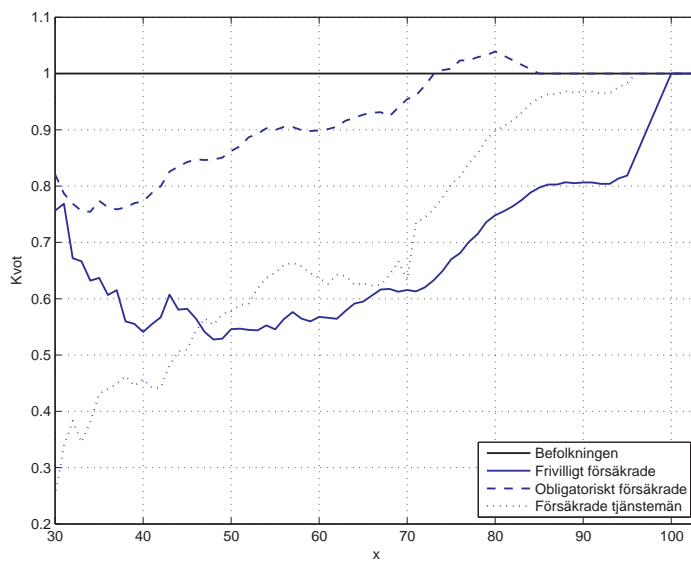
I Figurerna 5.5 och 5.6 visas förhållandet mellan de tre delbestånden som ett riskindex där dödligheten för de frivilligt försäkrade utgör basen.

Enligt det antagande vi gjorde är den beräknade dödligheten för de obligatoriskt försäkrade tjänstemännen 20 % högre än för de frivilligt försäkrade i åldrar från 65 år och uppåt. Detta framgår tydligt i Figurerna 5.5 och 5.6.

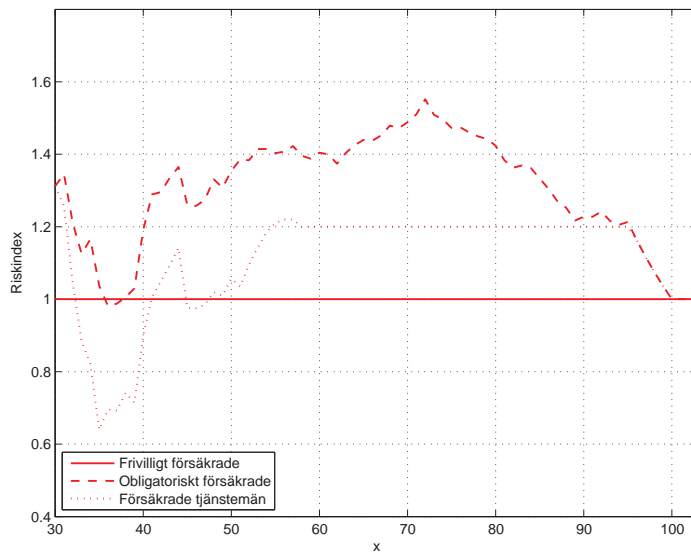
Jämfört med dödligheten för de frivilligt försäkrade är dödligheten för de obligatoriskt försäkrade cirka 40 % högre för kvinnorna och cirka 60 % högre för männen. Med ökande ålder avtar dock skillnaderna och efter 100-årsåldern har alla delbestånd samma dödlighet som befolkningen.



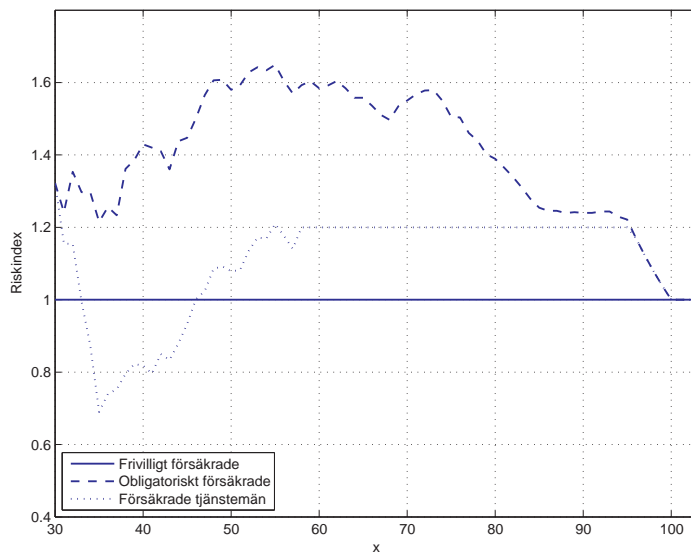
Figur 5.3: Skattade kvoter - Kvinnor



Figur 5.4: Skattade kvoter - Män



Figur 5.5: Överdödlighet hos de olika delbestånden i förhållande till de frivilligt försäkrade - Kvinnor



Figur 5.6: Överdödlighet hos de olika delbestånden i förhållande till de frivilligt försäkrade - Män



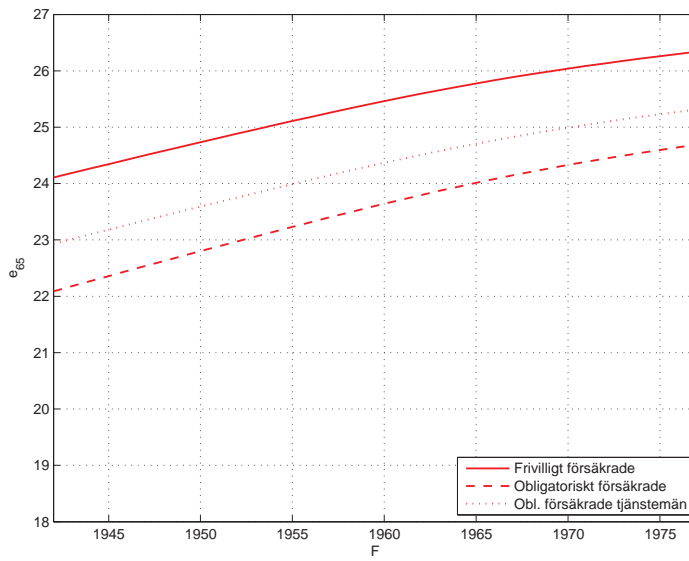
### Återstående medellivslängd

Effekterna av de faktiska skillnaderna mellan de tre delbestånden blir tydligare då den återstående medellivslängden studeras.

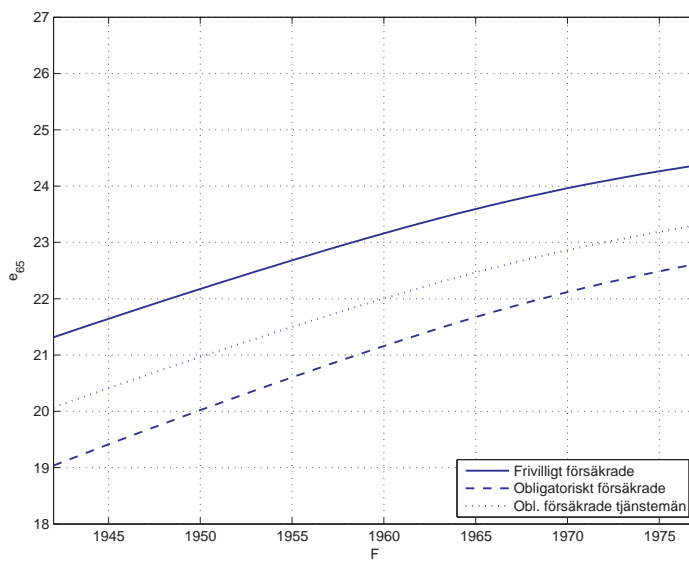
I Figur 5.7 och 5.8 visas den förväntade återstående livslängden från 65 års ålder. Skillnaderna mellan delbestånden minskar något med ökande födelseår.

De frivilligt försäkrade har längst medellivslängd. De frivilligt försäkrade kvinnorna förväntas leva drygt ett år längre än de obligatoriskt försäkrade tjänstemannakvinnorna och två år längre än de obligatoriskt försäkrade kvinnorna för kvinnor födda 1942. För kvinnor födda 1977 har skillnaderna minskat till ett år respektive 1,5 år. Skillnaderna mellan bestånden är något större för männen.

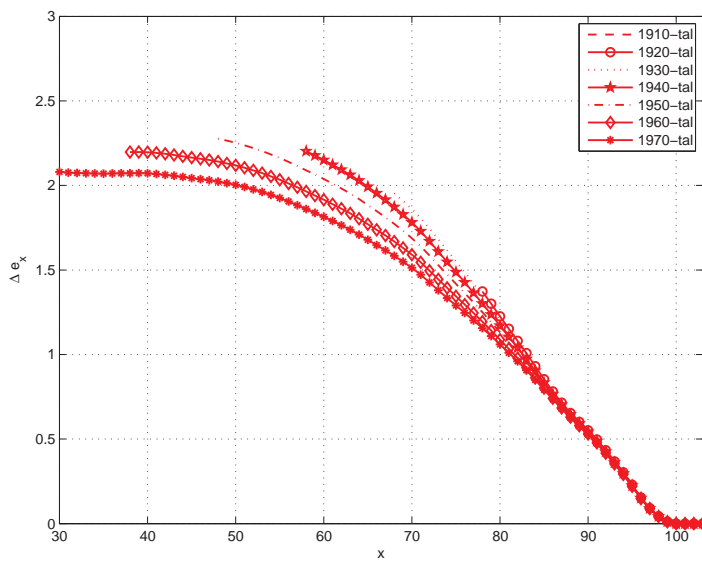
I Figur 5.9-5.14 visas antalet år som skiljer mellan den förväntade återstående medellivslängden för de olika delbestånden. Som vi redan konstaterat är skillnaderna störst mellan de frivilligt försäkrade och de obligatoriskt försäkrade, både för kvinnor och män. Minst skillnad i återstående livslängd är det mellan obligatoriskt försäkrade tjänstemän och obligatoriskt försäkrade.



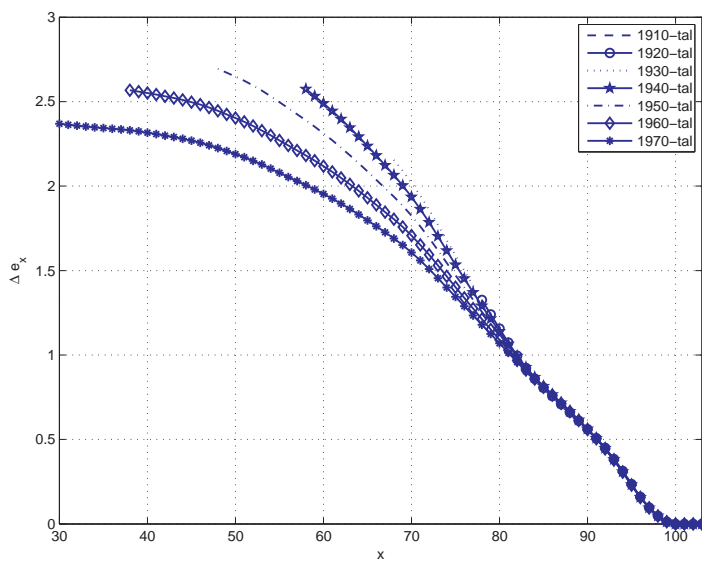
Figur 5.7: Förväntad återstående livslängd vid 65 års ålder - Kvinnor



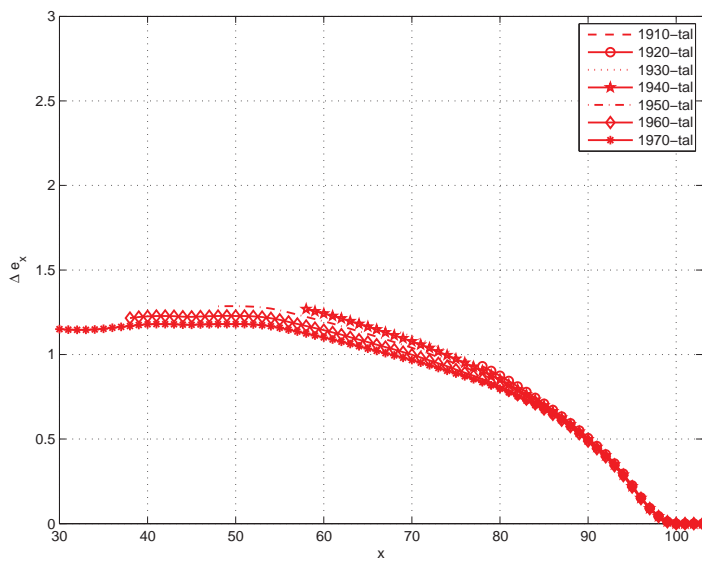
Figur 5.8: Förväntad återstående livslängd vid 65 års ålder - Män



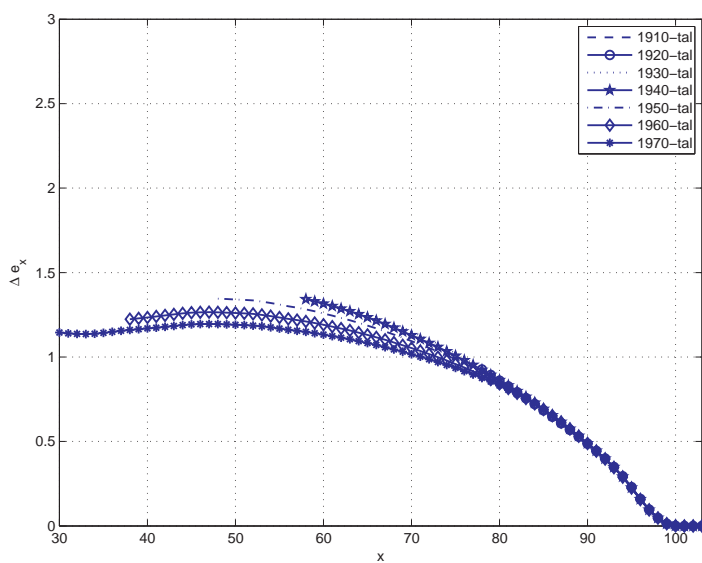
Figur 5.9: Skillnad i antal år mellan återstående medellivslängd för frivilligt och obligatoriskt försäkrade - Kvinnor



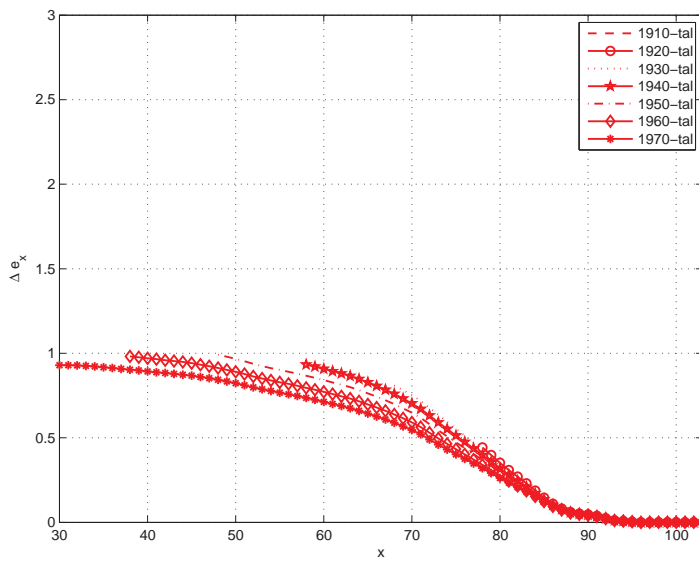
Figur 5.10: Skillnad i antal år mellan återstående medellivslängd för frivilligt och obligatoriskt försäkrade - Män



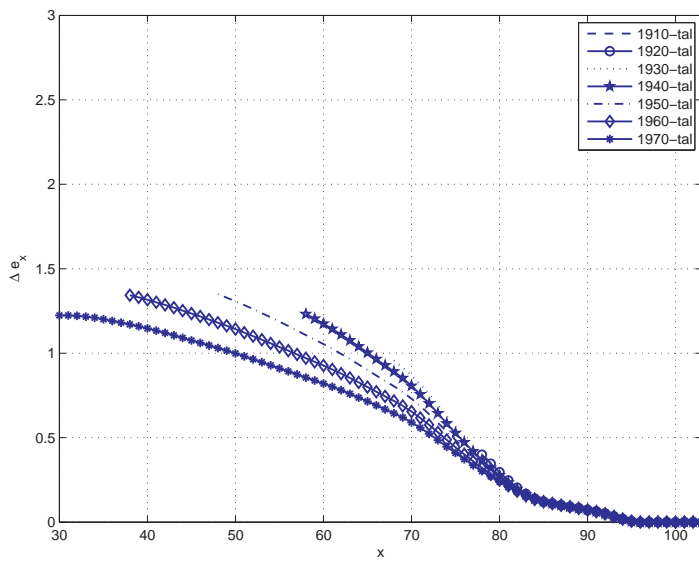
Figur 5.11: Skillnad i antal år mellan återstående medellivslängd för frivilligt och obligatoriskt försäkrade tjänstemän - Kvinnor



Figur 5.12: Skillnad i antal år mellan återstående medellivslängd för frivilligt och obligatoriskt försäkrade tjänstemän - Män



Figur 5.13: Skillnad i antal år mellan återstående medellivslängd för obligatoriskt försäkrade tjänstemän och obligatoriskt försäkrade - Kvinnor



Figur 5.14: Skillnad i antal år mellan återstående medellivslängd för obligatoriskt försäkrade tjänstemän och obligatoriskt försäkrade - Män



## Kapitel 6

# Jämförelse av kvinnors och mäns dödlighet

Kvinnor har under lång tid levt längre än män och förklaringarna till detta är flera. Den här undersökningen tar inte sikte på vilka faktorer som ger upphov till kvinnors och mäns olika livslängder utan fokuserar på att analysera de skillnader mellan kvinnors och mäns dödlighet som kan observeras historiskt samt skillnaderna i den modellerade dödligheten.

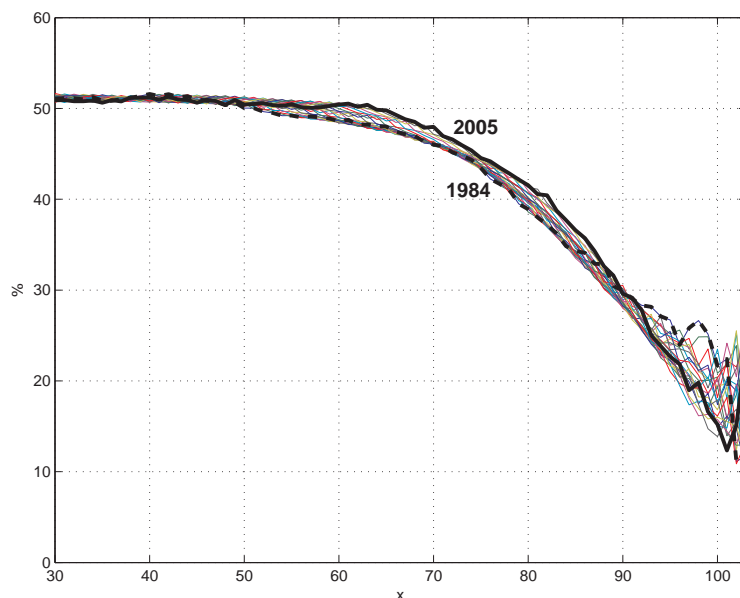
Det är viktigt att skillnaden i dödlighet mellan kvinnor och män studeras separat för befolkningen och de försäkrade. I dödligheten för försäkrade individer kan skillnader uppstå genom att kvinnor och män tecknar försäkring i olika utsträckning. Bestånden med försäkrade kvinnor är till exempel mindre än motsvarande för männen vilket leder till en högre osäkerhet i skattningarna.

Man kan konstatera att även om dödligheten för män har närmast sig kvinnornas dödlighet under de senaste trettio åren är skillnaderna i den förväntade återstående livslängden fortfarande betydande, vilket gäller både för befolkningen i stort som för de enskilda försäkringsbestånden.

## 6.1 Könsskillnader i befolkningsdödligheten

### 6.1.1 Historiska skillnader

Fördelningen mellan antalet kvinnor och män i befolkningen har delvis förändrats mellan 1984 och 2005, vilket framgår av Figur 6.1. I unga åldrar fram till 50-årsåldern består befolkningen till 52 % av män, vilket är en andel som inte har förändrats nämnvärt under den studerade tidsperioden.



Figur 6.1: *Andel män i den svenska befolkningen per år, 1984-2005*

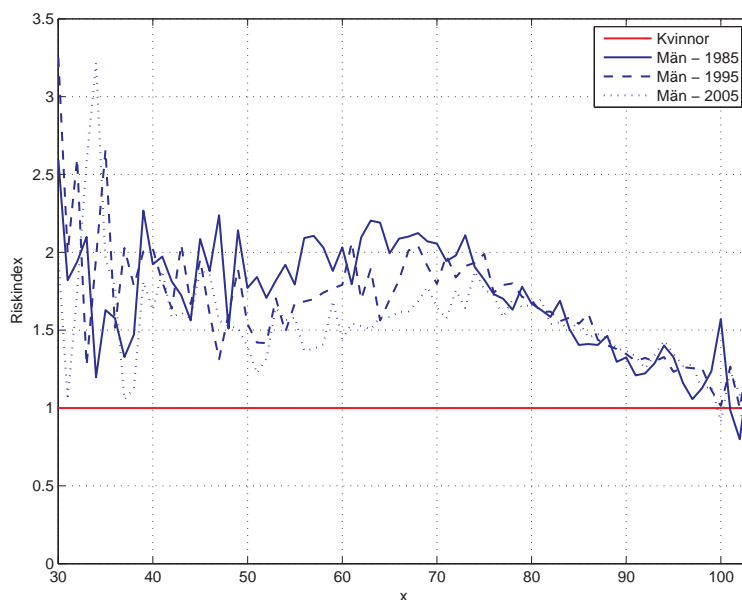
I åldrar över 50 år har det dock skett en del förändringar i befolkningssammansättning. Fram till idag har männens dödlighet förbättrats, framförallt i åldrarna mellan 50-70 år, vilket har bidragit till att fördelningen mellan kvinnor och män idag ser annorlunda ut. Numera är männen i majoritet upp till 65-årsåldern.

Med stigande ålder ökar dock andelen kvinnor markant och i åldrar över 90 år dominerar kvinnorna kraftigt. Figur 6.1 visar att det tvärt emot trenden i yngre åldrar har skett en minskning av andelen män i åldrar över 90 år. Detta är en trend som rått sedan mitten av 1960-talet, men som sakta verkar ha vänt runt mitten av 1990-talet.



## Överdödlighet

Förändringen i befolkningens sammansättning beror på förändringar i dödligheten hos kvinnor och män. Figur 6.2 visar den observerade dödlighetsintensiteten för kvinnor och män mellan 1985 och 2005 som ett riskindex där den kvinnliga dödligheten de aktuella åren är lika med ett.



Figur 6.2: Överdödlighet i befolkningen för män jämfört med kvinnor 1984-2005

Figuren visar tydligt att dödligheten för männen har minskat i förhållande till kvinnorna. Den största minskningen av skillnaden mellan kvinnornas och männens dödlighet har skett i åldrarna 50 år till dryga 70 år. Resultatet av den minskade skillnaderna mellan könen leder bland annat till de resultat som kunde utläsas ur Figur 6.1, det vill säga en ökande andel män i befolkningen i dessa åldrar.

## Återstående medellivslängd

År 1985 var den förväntade återstående medellivslängden vid 65 års ålder 18,5 år för kvinnor och 14,7 år för män. En kvinna förvän-

tas alltså att leva cirka 3,8 år längre från 65 års ålder än en man. I och med minskande dödlighetsintensitet ökade den förväntade återstående medellivslängden vid 65 års ålder till 20,6 år respektive 17,4 år 2005.

Effekterna av den minskade dödlighetsintensiteten är mer tydlig i den förväntad återstående livslängden från yngre åldrar än från 65 års ålder, då den största förbättringen av dödligheten skett i åldrarna 50-70 år.

### 6.1.2 Prognos över framtida dödlighet

Prognosen för den framtida dödligheten fångar upp den förändring som skett historiskt av skillnaden mellan kvinnors och mäns dödlighet och de resultat som presenteras bygger alltså på de skillnader som kan spåras historiskt.

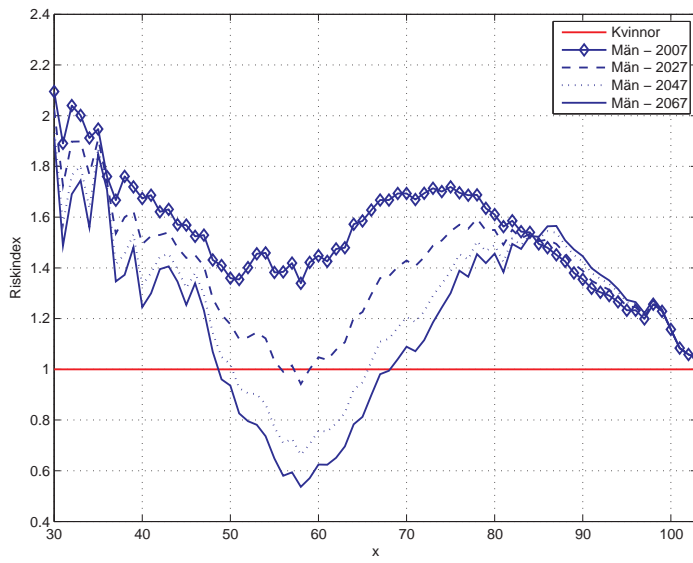
I modellen ingår inga antaganden om till exempel minskad dödlighet på grund av olika dödsorsaker, vilket SCB har inkluderat i sin modell. Dödsorsakerna för kvinnor och män är olika och det är därför som SCBs modell visar på andra skillnader mellan könen än den modell som valts i den här undersökningen.

### Överdödlighet

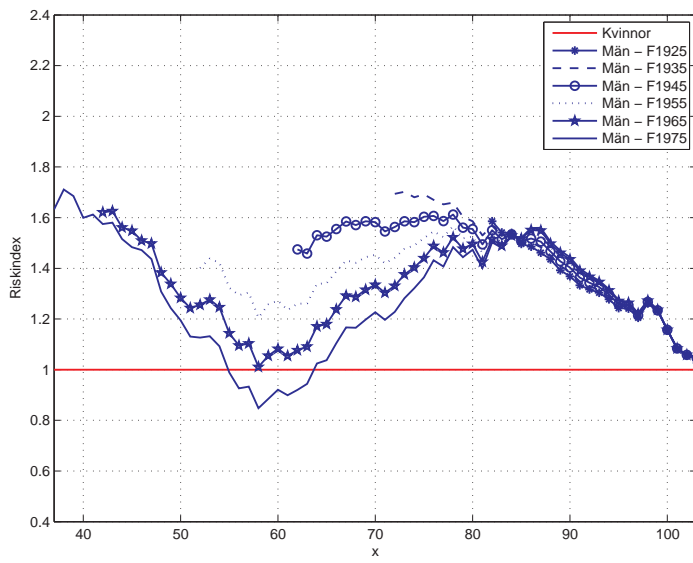
Figur 6.3 visar överdödligheten per kalenderår hos män jämfört med kvinnor tidsperioden 2007-2067. Under den studerade tidsperioden har männen till en början en stor överdödlighet i förhållande till kvinnorna, vilken är större i åldrar under 50 år och över 65 år. Längre fram i prognosen har överdödligheten förändrats till en underdödlighet, som är som störst runt 60 år. År 2067 sträcker sig underdödligheten hos männen från 45-65-årsåldern.

Orsaken till den här markanta förändringen i dödligheten kan spåras i modellen för dödligheten. Den dödlighetsförbättrande trendens genomslag i olika åldrar styrs av  $\beta_x$ -termen i Lee-Cartermodellen. I 60-årsåldern är  $\beta_x$  dubbelt så stor för en man jämfört med en kvinna. I kombination med att den använda trendfaktorn,  $\kappa(t)$ , är större för män än för kvinnor (se Figur 3.8) leder detta till att männens dödlighet på sikt antas understiga kvinnornas i vissa åldersgrupper.

Då kohortdödligheten jämförs mellan könen får män födda 1965 och senare en underdödlighet i förhållande till kvinnor födda samma



Figur 6.3: Överdödlighet för män jämfört med kvinnor 2007-2067

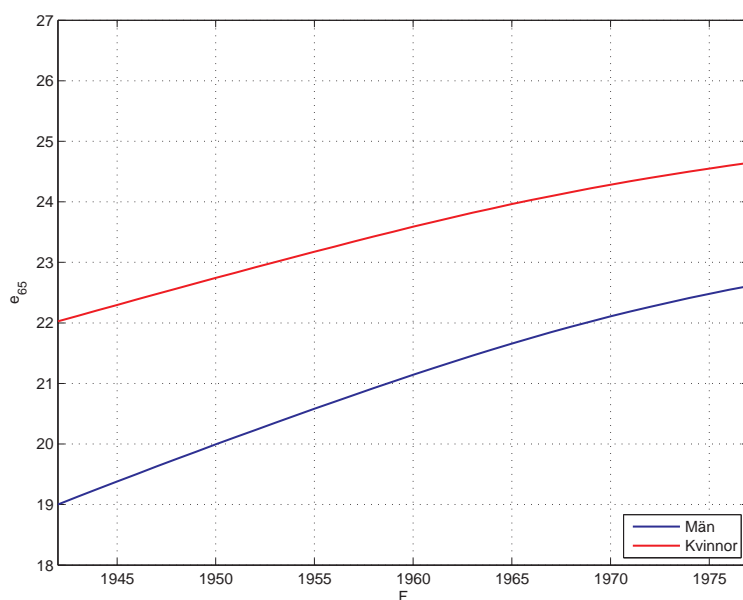


Figur 6.4: Överdödlighet för män jämfört med kvinnor födda år 1925-1975

år, vilket visas i Figur 6.4. Underdödligheten är som störst för män i åldern 50-70 år som är födda år 1977.

### Återstående medellivslängd

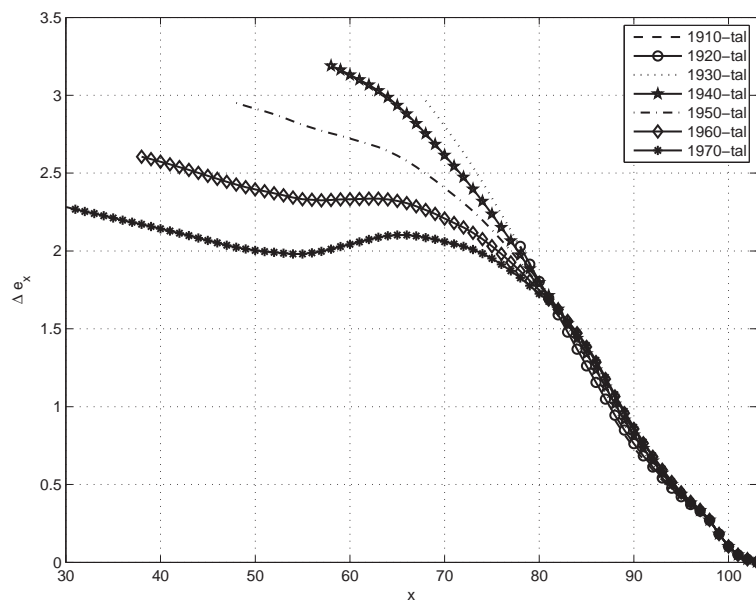
Effekterna på den förväntade återstående livslängden kommer att variera beroende på från vilken ålder medellivslängden beräknas. Den återstående medellivslängden varierar också beroende på om det är kalenderårsdödligheten eller kohortdödligheten som används. Vid den historiska jämförelsen av mäns och kvinnors dödlighet användes kalenderårsdödligheten då dataunderlaget sträcker sig över ett för kort tidsintervall för att ta fram en historisk kohortdödlighet. Då medellivslängden i framtiden beräknas används kohortdödligheten eftersom den ger en mer rättvisande bild av medellivslängden för en enskild individ.



Figur 6.5: Återstående medellivslängd vid 65 års ålder, befolkningen

Den återstående medellivslängden vid 65 års ålder varierar mellan 22 år och drygt 24,5 år för kvinnor födda mellan 1942 och 1977 och 19 år och drygt 22,5 år för män födda under samma tidsperiod. Skillnaden mellan kvinnor och män minskar med senare födelseår från 3

år för individer födda år 1942 till 2 år för födda 1977. Män födda på 1970-talet har högre medellivslängd än kvinnor födda på 30-talet, vilket framgår av Figur 6.5.



Figur 6.6: Skilnad i antal år mellan kvinnors och mäns återstående medellivslängd, befolkningen

Den absoluta skillnaden i år mellan den förväntade återstående medellivslängden för kvinnor och män visas i Figur 6.6. Störst skillnad mellan medellivslängderna har 58-åringar födda på 1940-talet. I motsvarande ålder för senare födelsekohorter sjunker skillnaden till cirka 2 år för individer födda på 1970-talet.

Efter 80-årsåldern går skillnaderna i den återstående medellivslängden mot noll i takt med att männens överdödlighet avtar. Liknande fenomen kunde även konstateras vid jämförelsen av de olika delbestånden i Kapitel 5 och kan förklaras med att de individer som överlevt till riktigt höga åldrar uppvisar liknande överlevnadsegenskaper oavsett kön och försäkringsbeståndstillhörighet.

## 6.2 Skillnader mellan kvinnor och män i dödligheten för försäkrade

I Kapitel 4 konstaterades att de tre studerade försäkringsbestånden uppvisade stora skillnader sinsemellan i förhållande till befolkningsdödligheten. Skillnaderna mellan kvinnor och män inom varje delbestånd varierade också. I åldrar under 60 år var kvoten mellan dödligheten i försäkringsbestånden och dödligheten i befolkningen avsevärt lägre för männen än för kvinnorna. Detta är en viktig orsak till de resultat som visas i Kapitel 6.2.3.

Nedan diskuteras förutom prognosen även skillnader mellan kvinnor och män i M90-dödligheten samt skillnader i den observerade dödligheten 2001-2005.

### 6.2.1 Skillnader i M90-dödligheten

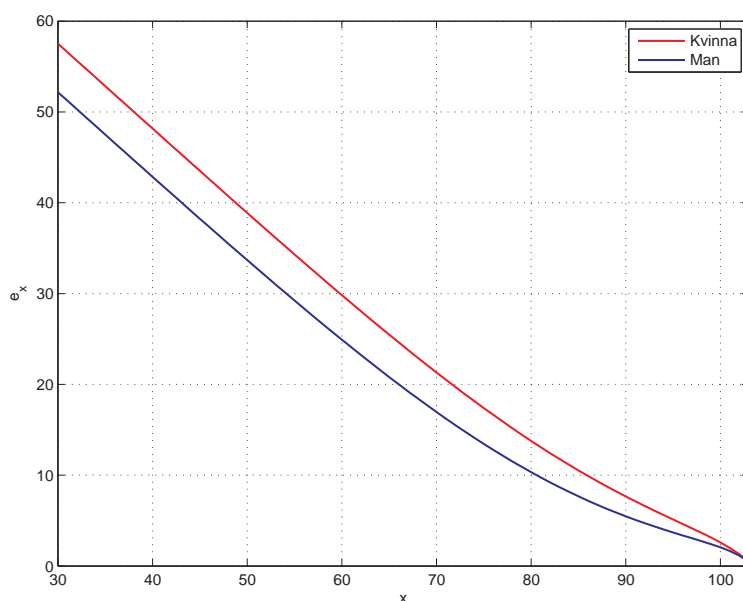
I M90-dödligheten valde man att arbeta med en Makehamformel och för att kunna använda samma parameteruppsättning för kvinnor och män infördes en åldersförskjutning på 6 år mellan kvinnor och män.

Det är ett vanligt missförstånd att åldersförskjutningen i M90-dödligheten är den faktiska skillnaden mellan mäns och kvinnors medellivslängd. Åldersförskjutningen är enbart en matematisk konstruktion och en mer korrekt tolkning är att en  $x$ -årig kvinna har *samma dödlighetsintensitet* som en  $(x + 6)$ -årig man. Figur 6.7 tydliggör att åldersförskjutningen inte är densamma som skillnaden i medellivslängd. Av figuren framgår att skillnaden i förväntad återstående livslängd varierar mellan knappt 5,5 år och 0 år beroende av ålder. Ju äldre individ, desto mindre blir skillnaden i medellivslängd mellan kvinnor och män.

### 6.2.2 Observerade skillnader 2001-2005

Figur 6.8 visar tydligt att skillnaden mellan kvinnor och män beror på vilket delbestånd som studeras. Minst skillnad mellan kvinnor och män finns bland de frivilligt försäkrade, där överdödligheten för män varierar mellan 0 % och 50 %.

Överdödligheten för obligatoriskt försäkrade tjänstemän i förhållande till motsvarande kvinnor, är något högre än motsvarande förhållande för de frivilligt försäkrade. Dock är det svårt att dra några

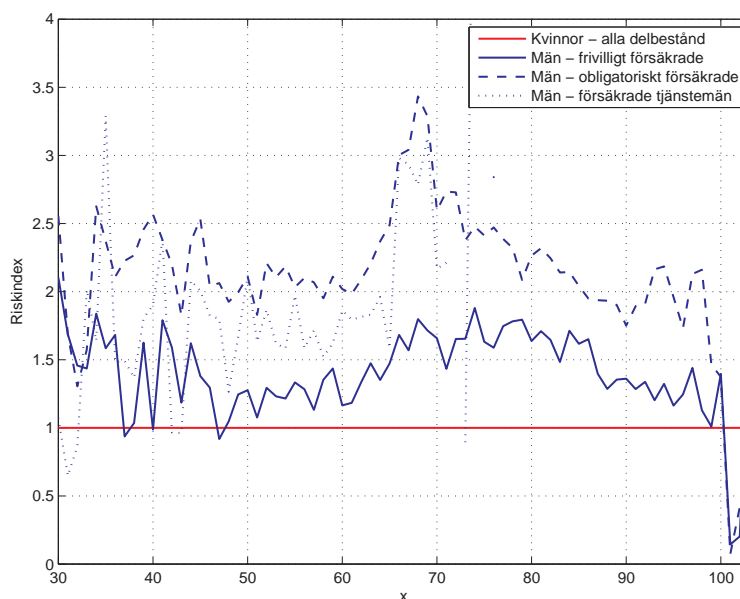


Figur 6.7: Förväntad återstående livslängd enligt M90 - Kvinnor och Män

bestämda slutsatser då underlaget är begränsat och fluktuationerna stora. Det är dock klart att överdödligheten för män bland obligatoriskt försäkrade tjänstemän är lägre än den för hela gruppen av obligatoriskt försäkrade. Dödligheten för de obligatoriskt försäkrade männen är ungefär dubbelt så stor i förhållande till dödligheten för de obligatoriskt försäkrade kvinnorna, och i vissa åldrar till och med 2,5 gång så stor som dödligheten för kvinnor.

Skillnader mellan kvinnor och män i de studerade försäkringsbestånden är svåra att utläsa från faktiska data för höga åldrar då uppgifterna är knappa eller saknas helt. För de obligatoriskt försäkrade tjänstemännen saknas som tidigare nämnt data för åldrar över 80 år, vilket får stora effekter på analysen av den återstående medellivslängden. Därför redovisas inte medellivslängden beräknad utifrån observerade data.

Mot bakgrund av detta används därför endast överdödligheten hos män i förhållande till kvinnor som ett mått på skillnaderna i dödlighet dem emellan.



Figur 6.8: *Empirisk överdödlighet hos män i respektive delbestånd i förhållande till kvinnorna i motsvarande delbestånd*

### 6.2.3 Skillnader i den framtida försäkringsdödligheten

#### Överdödlighet

I Figur 6.9-6.11 visas överdödligheten hos män jämfört med kvinnor för respektive delbestånd och i Figur 6.12-6.14 motsvarande per födelsekohort. För frivilligt försäkrade och obligatoriskt försäkrade tjänstemän är överdödligheten hos män lägre än för obligatoriskt försäkrade. En underdödlighet för män i åldrar mellan 55 år och 60 år förekommer precis som för befolkningen bland de försäkrade. När i prognosperioden underdödligheten uppkommer och vilken omfattningen den får varierar beroende på delbestånd. Lägst överdödlighet hos männen i tidiga prognosår och störst underdödlighet längre fram i tiden har de frivilligt försäkrade följt av de obligatoriskt försäkrade tjänstemännen och samtliga obligatoriskt försäkrade.

De skillnader mellan kvinnor och män i kohortdödligheten som observerats i dödligheten för befolkningen gäller generellt även för de försäkrade. Ju tidigare födelseår desto större överdödlighet hos män-



nen. Man kan även observera en underdödlighet i åldrarna 50-70 år för senare födelsekohorter. För vilka födelsekohorter som underdödligheten uppstår och mellan vilka åldrar beror på vilket delbestånd den försäkrade tillhör. Frivilligt försäkrade män samt obligatoriskt försäkrade tjänstemän födda på 1950-talet och senare har en underdödlighet i förhållande till kvinnorna medan detta gäller för födda på 1960-talet bland de obligatoriskt försäkrade.

Det bör poängteras att de skillnader vi sett i dödligheten mellan män och kvinnor som vi ser i prognosen över den framtida dödligheten är ett resultat av den modell som har valts. Därför bör underdödligheten hos männen i sena födelsekohorter tolkas med viss försiktighet då underdödligheten i framtiden endast kommer att uppstå om den minskade dödligheten hos män i hjärt- och kärlsjukdomar består.

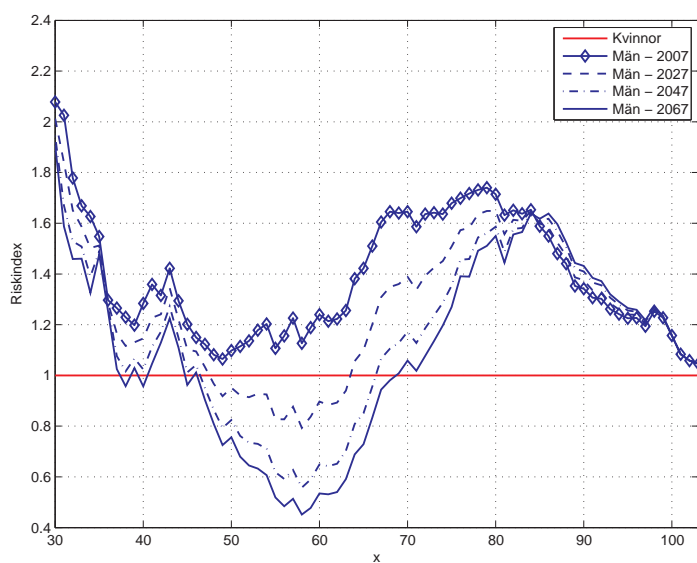
### Återstående medellivslängd

Skillnaderna i återstående medellivslängd efter födelseår vid 65 års ålder visas i Figur 6.15. Oberoende av födelseår kommer kvinnornas medellivslängd vid 65 års ålder vara längre än männens. Skillnaden mellan könen är ungefär densamma oavsett delbestånd.

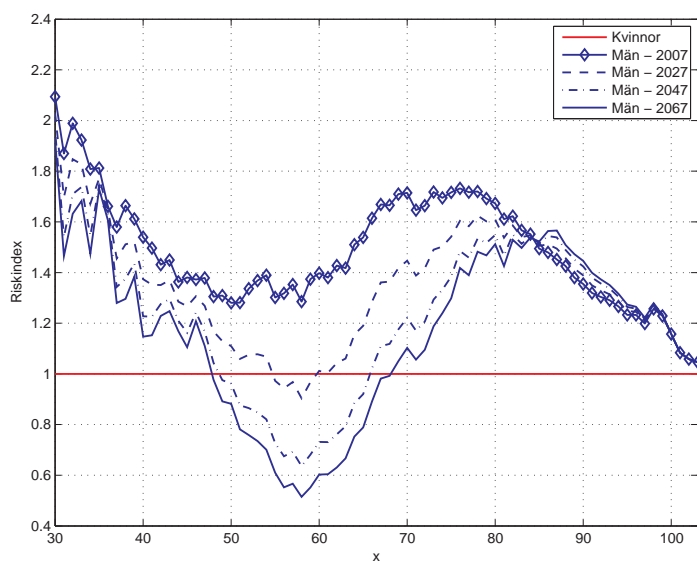
Medellivslängden för män är kortare än för kvinnornas för alla delbestånd och födelsekohorter utom för kvinnor födda på 30-talet, vilka förväntas ha en medellivslängd som är något lägre än medellivslängden för män födda på 70-talet.

Skillnaden i medellivslängd mellan kvinnor och män varierar med födelseår och delbestånd, vilket framgår av Figur 6.16, 6.17 och 6.18. För de obligatoriskt försäkrade är skillnaden i den återstående livslängden mellan könen som störst för individer födda på 1940-talet i sena 60-årsåldern medan den största skillnaden för frivilligt och obligatoriskt försäkrade tjänstemän är som störst för försäkrade födda på 1930- och 1940-talet från sena 50-årsåldern till 70 år.

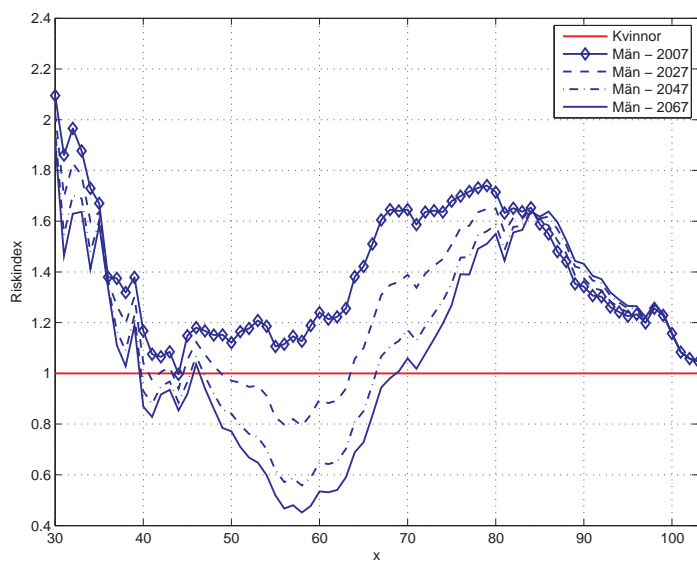
I alla tre delbestånden är skillnaderna mellan kvinnor och män lägst för 70-talister. Frivilligt försäkrade och obligatoriskt försäkrade tjänstemän har en skillnad i medellivslängd på knappt två år medan motsvarande för de obligatoriskt försäkrade är drygt två år.



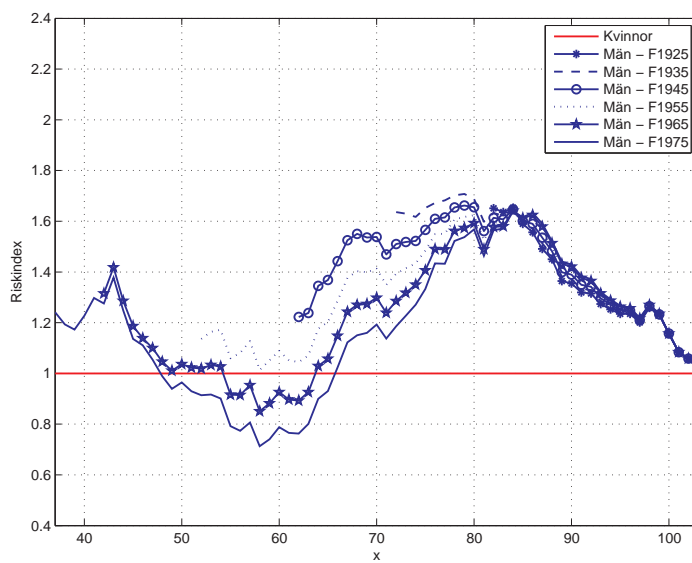
Figur 6.9: Överdödlighet hos män i förhållande till kvinnor per kalenderår, frivilligt försäkrade



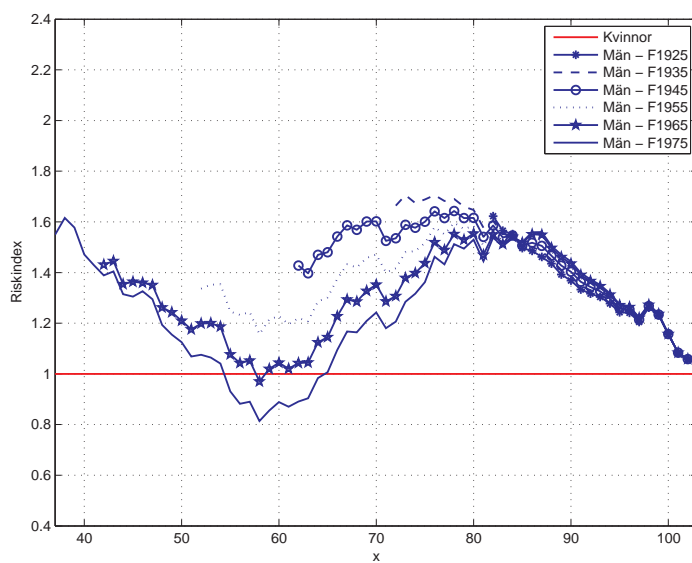
Figur 6.10: Överdödlighet hos män i förhållande till kvinnor per kalenderår, obligatoriskt försäkrade



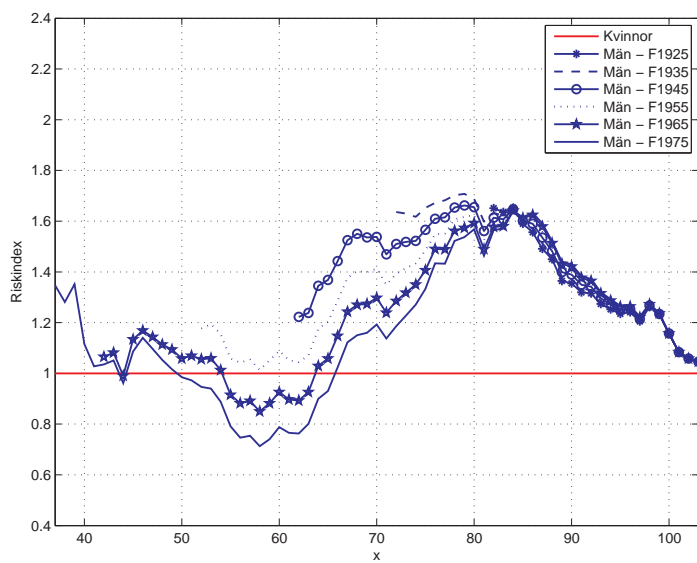
Figur 6.11: Överdödlighet hos män i förhållande till kvinnor per kalenderår, obligatoriskt försäkrade tjänstemän



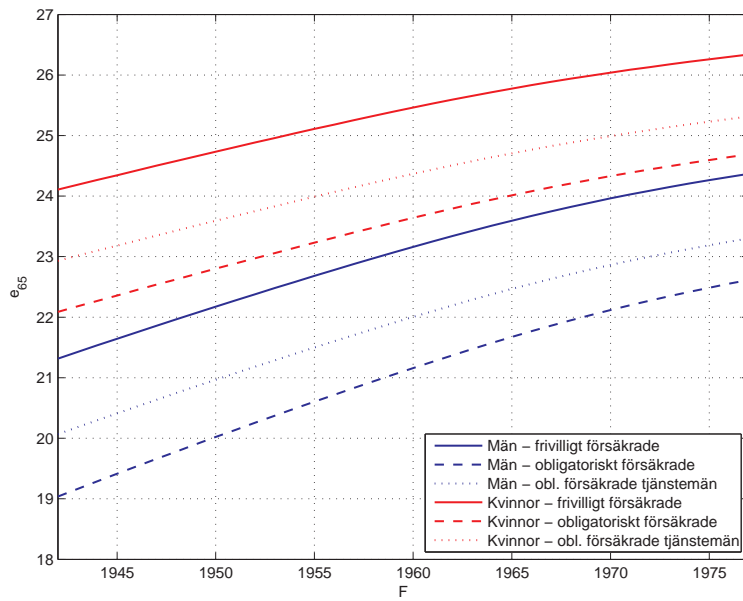
Figur 6.12: Överdödlighet hos män i förhållande till kvinnor per födelsekohort, frivilligt försäkrade



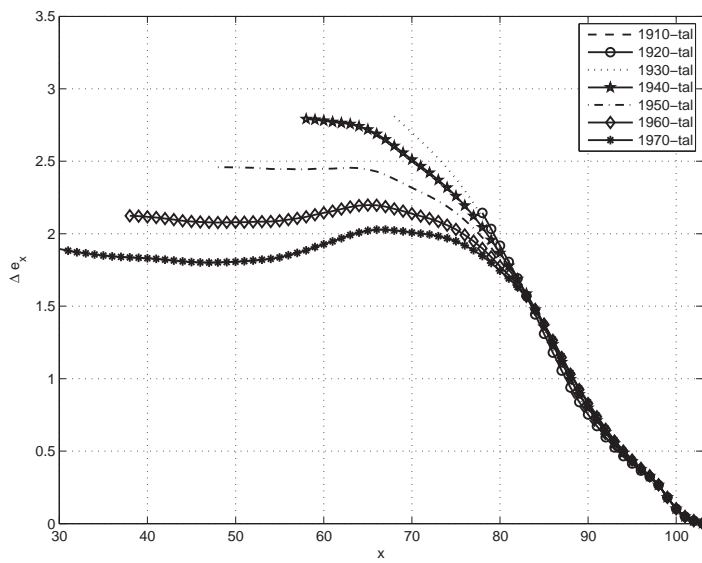
Figur 6.13: Överdödlighet hos män i förhållande till kvinnor per födelsekohort, obligatoriskt försäkrade



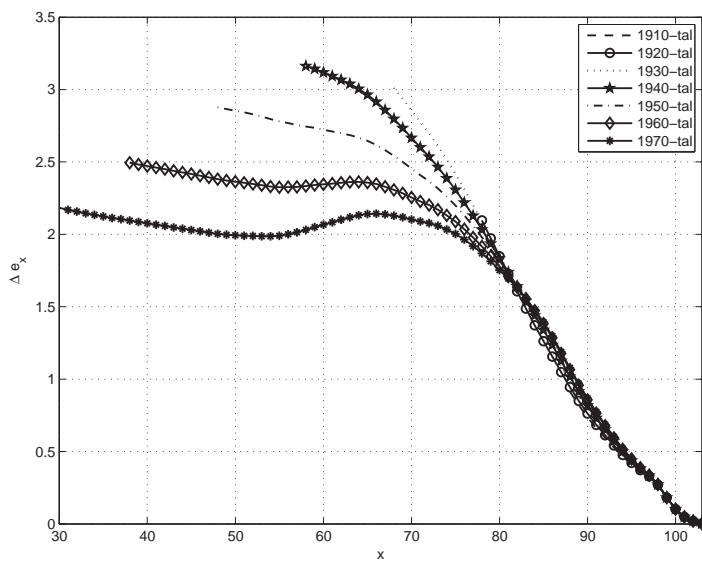
Figur 6.14: Överdödlighet hos män i förhållande till kvinnor per födelsekohort, obligatoriskt försäkrade tjänstemän



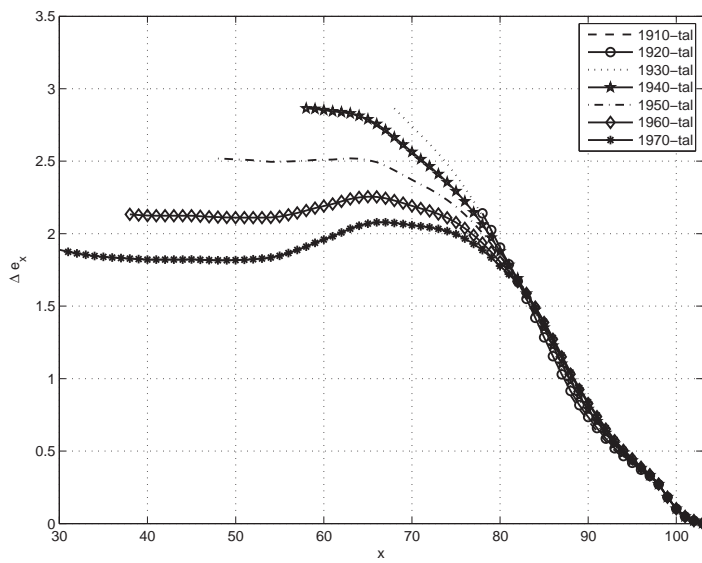
Figur 6.15: Förväntad återstående medellivslängd hos de försäkrade vid 65-års ålder utifrån födelseår



Figur 6.16: Skillnad i antal år mellan kvinnors och mäns återstående medellivslängd, frivilligt försäkrade



Figur 6.17: Skillnad i antal år mellan kvinnors och mäns återstående medellivslängd, obligatoriskt försäkrade



Figur 6.18: Skillnad i antal år mellan kvinnors och mäns återstående medellivslängd, obligatoriskt försäkrade tjänstemän



## Kapitel 7

# Tryggandegrunder

Företag som gör utfästelser om pensioner för sina anställda eller tidigare anställda kan ta upp värdet av den skulden i sin balansräkning. Bestämmelser om detta finns i *Tryggandelagen* (Lagen (1967:531) om tryggande av pensionsutfästelse,).

Beräkningen av värdet ska ske med ledning av försäkringstekniska grunder som fastställs av regeringen eller den myndighet regeringen bestämmer. Finansinspektionen har fått detta uppdrag, och har utfärdat de så kallade *Tryggandegrunderna* (FFFS 2001:13). I dessa grunder finns bland annat angivet vilka dödlighetsantaganden som ska användas. DUS06 har genom att analysera dödlighetsutfallet bland obligatoriskt försäkrade kommit fram till följande förslag till dödlighet för framtida avsättningar för pensionskulder som då bör befastas i Tryggandegrunderna.

### 7.1 Metod

Dödlighetsantagandet för Tryggandegrunderna har tagits fram med samma metod som för försäkring. Det statistiska underlaget har dels utgjorts av befolkningsdata för åren 1985 - 2005, dels dödlighetsdata från försäkringsbolagen för åren 2001 - 2005. Parametrarna  $\alpha_x$ ,  $\kappa(t)$  och  $\beta_x$  i modellen

$$\mu_x(t) = e^{\alpha_x + \kappa(t) \cdot \beta_x} \quad (7.1.1)$$

skattades med hjälp av befolkningsdata i modellen

$$D_x(t) \sim ap Po(R_x(t) \cdot \mu_x(t)) \quad (7.1.2)$$

med Maximum-Likelihood-metoden. Parametervektorn  $\beta_x$  fick ett mycket oregelbundet utseende och utjämnades därför. Parametervektorn  $\kappa(t)$  utjämnades till en rät linje som funktion av  $t$ , dock att avtagandet avbröts vid  $t = 2050$ . Härur erhöles en prognos för befolkningsdödligheten.

För att erhålla ett lämpligt dödlighetsantagande för den population för vilka avsättningar till pensioner görs i företagens balansräkningar bildades kvoten mellan försäkringsdödligheten och befolkningsdödligheten för åren 2001 - 2005. Här valdes för försäkringsdödligheten de observationer som erhållits från försäkringsbolagen rörande individer som omfattats av obligatoriska tjänstepensionsförsäkringar. Kvoten är olika för kvinnor och män, men beror av ålder. Den observerade kvoten varierade ganska kraftigt med ålder och utjämnades därför. Härur erhöles en prognos för dödligheten fram till år 2090 för den aktuella tillämpningen i Tryggandegrunderna.

Denna prognos transformerades sedan till en kohortdödlighet  $\mu_x^*(F) = \mu_x(x + F)$  för personer i ålder  $x$  som var födda året  $F$ .

## 7.2 Resultat

Tryggandegrunderna tillämpas idag på personer födda cirka 1910 - 1980. Dödlighetsantagandet för Tryggandegrunderna bestäms som en sammanvägning av kohortdödligheterna, dels för alla dessa födelseår, dels också som särskilda antaganden för personer födda under olika decennier. Såsom vikter i dessa sammanvägningar har använts antalet försäkrade per födelseår i materialet från 2001 - 2005.

Till den kohortneutrala dödligheten har anpassats en Makehamkurva för kvinnor och en för män:

$$\mu_x = a + b \cdot e^{cx} \quad (7.2.1)$$

där parametrarna  $a$ ,  $b$  och  $c$  ges av Tabell 7.1. Som jämförelse ges också motsvarande parametrar i nuvarande Tryggandegrunder.

Till dödligheterna för personer födda olika decennier har anpassats Makehamkurvor som modifierats i höga åldrar. Det är känt att

	Nuvarande grunder	Nuvarande grunder	Föreslagna grunder	Föreslagna grunder
Parametrar	Kvinnor	Män	Kvinnor	Män
$10^3 \cdot a$	0	0	1,0	1,3
$10^6 \cdot b$	0,89	1,54	0,91	1,62
$c$	0,103	0,103	0,129	0,127

Tabell 7.1: Nuvarande och föreslagna Makehamparametrar

Makeham-funktionen ger för hög dödlighet i åldrar över cirka 95 år. Dödlighetsfunktionerna har följande form

$$\mu_x = \begin{cases} a + b \cdot e^{c \cdot x} & , \text{ om } x \leq \omega \\ \mu_\omega + k \cdot (x - \omega) & , \text{ om } x > \omega \end{cases} \quad (7.2.2)$$

där  $w = 97$  och  $k = 0,003$ . Överlevelsefunktionen  $l_x$  i denna modell ges av formeln

$$-\ln(l_x) = \begin{cases} ax + (b/c) \cdot (e^{cx} - 1) & , \text{ om } x \leq \omega \\ -\ln(l_\omega) + \mu_\omega \cdot (x - \omega) + (k/2) \cdot (x - \omega)^2 & , \text{ om } x > \omega. \end{cases} \quad (7.2.3)$$

Parametrarna  $a$ ,  $b$  och  $c$  beror av kön och födelseår enligt Tabellerna 7.2-3.

Födelseår	1910- tal	1920- tal	1930- tal	1940- tal	1950- tal	1960- tal	1970- tal	1980- tal
$10^3 \cdot a$	3,1	2,7	2,1	1,4	1,1	1,1	1,1	1,0
$10^6 \cdot b$	2,058	1,374	0,977	1,129	0,879	0,411	0,129	0,092
$c$	0,124	0,128	0,130	0,127	0,129	0,137	0,150	0,154

Tabell 7.2: Makehamparametrar i modifierad modell - Kvinnor

Födelseår	1910- tal	1920- tal	1930- tal	1940- tal	1950- tal	1960- tal	1970- tal	1980- tal
$10^3 \cdot a$	3,4	3,4	2,5	1,7	1,5	1,3	1,1	1,0
$10^6 \cdot b$	24,12	11,65	5,385	3,094	1,159	0,457	0,147	0,051
$c$	0,100	0,108	0,115	0,120	0,130	0,140	0,152	0,163

Tabell 7.3: Makehamparametrar i modifierad modell - Män

Kohort	Kvinnor	Män
Nuvarande antaganden	35,9	30,9
Nya allmänna antaganden	39,2	33,7
10-tal	34,4	27,4
20-tal	35,4	28,5
30-tal	37,3	30,9
40-tal	38,6	32,7
50-tal	39,6	34,3
60-tal	40,5	35,4
70-tal	41,1	36,7
80-tal	41,2	37,7

Tabell 7.4: Förväntad återstående livslängd, ålder 50 år.

Värdet på förväntad återstående livslängd för kvinnor födda 80-tal är något lägre än för kvinnor födda 70-tal. Anledningen till detta är följande. Observerad prognosticerad dödlighet för kvinnor födda på 80-talet är lägre än för kvinnor födda på 70-talet i lägre åldrar, men lika i högre åldrar, eftersom dödlighetsminskningen avbröts år 2050. Makeham-anpassningen klarar inte av att efterlikna dödligheten i lägre åldrar utan att samtidigt göra den något högre i höga åldrar, en gungbrädeseffekt. Den ekonomiska följderna av denna oegentlighet torde i så gott som alla fall vara försumbar.

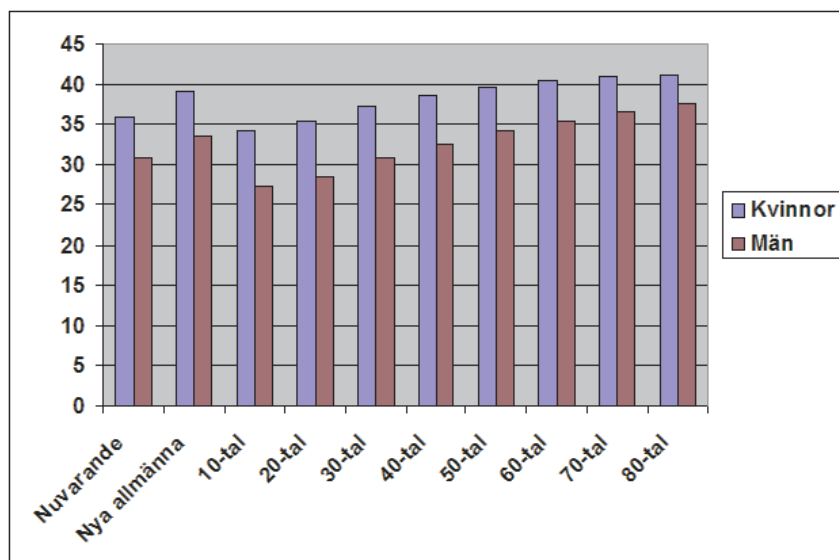
Som numeriska illustrationer på utredningens rekommendationer ger vi exempel på återstående livslängder för åldrarna 50, 65 och 80 år. En jämförelse ges också mellan *nuvarande* och de *nya allmänna* Tryggandegrunderna. Se Tabell 7.4-6.

<b>Kohort</b>	<b>Kvinnor</b>	<b>Män</b>
Nuvarande antaganden	22,4	18,1
Nya allmänna antaganden	24,1	20,2
10-tal	20,6	16,0
20-tal	21,3	16,7
30-tal	22,7	18,4
40-tal	23,7	19,6
50-tal	24,5	20,8
60-tal	25,1	21,6
70-tal	25,5	22,6
80-tal	25,6	23,5

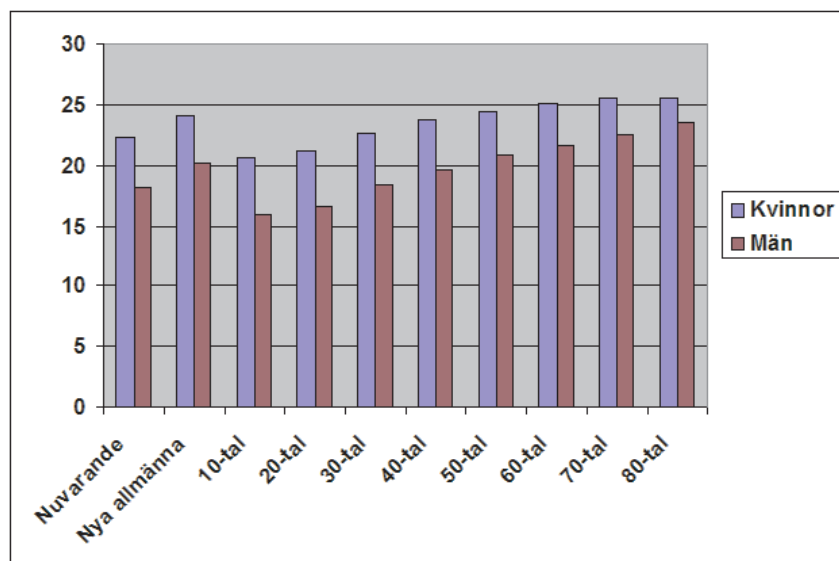
Tabell 7.5: *Förväntad återstående livslängd, ålder 65 år.*

<b>Kohort</b>	<b>Kvinnor</b>	<b>Män</b>
Nuvarande antaganden	11,3	8,3
Nya allmänna antaganden	11,4	9,1
10-tal	9,3	7,3
20-tal	9,6	7,5
30-tal	10,5	8,3
40-tal	11,3	8,9
50-tal	11,8	9,5
60-tal	12,0	9,8
70-tal	12,0	10,2
80-tal	11,9	10,6

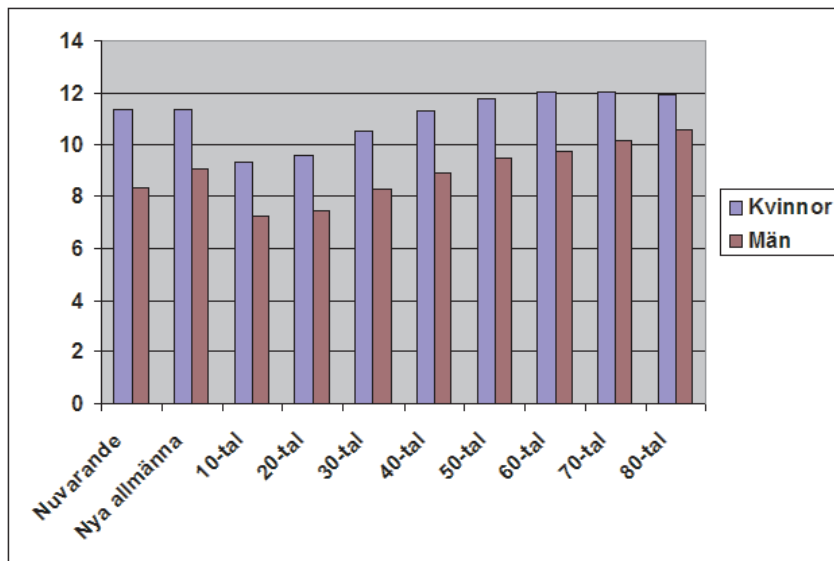
Tabell 7.6: *Förväntad återstående livslängd, ålder 80 år.*



Figur 7.1: Förväntad livslängd från 50 års ålder - Kvinnor och Män



Figur 7.2: Förväntad livslängd från 65 års ålder - Kvinnor och Män



Figur 7.3: Förväntad livslängd från 80 års ålder - Kvinnor och Män



## Bilaga A

# Tabeller över dödligheten i befolkningen

Bilaga A innehåller tabeller över ettåriga dödssannolikheter för den totala befolkningen. I Tabell A.1 och A.2 redovisas sannolikheterna per kalenderår. I Tabell A.3 och A.4 har dödssannolikheterna transformerats från kalenderår till födelsekohorter. För individer födda under samma födelsedecennium har sedan ett medelvärde tagits per ålder.

Innehållet i Tabell A.1-A.4 är ett utdrag ur de kompletta tabellerna vilka täcker samtliga åldrar 30-102 år för kalenderår 2007-2080 respektive födelseår 1904-1977.

I tabellerna med dödligheten per kalenderår representerar varje kolumn den aktuella dödligheten för varje ålder per kalenderår. Dödligheten i varje kolumn kan ses som en ögonblicksbild av dödligheten under respektive år och kan jämföras med den skattning av dödligheten idag bland de frivilligt försäkrade som görs i Avsnitt 4.3.2. Inga framtida trender från och med aktuellt år är inkluderade i de enskilda åren.

Då kalenderårstabellerna används måste dödligheten för varje ålder justeras från år till år. Det vill säga, år 2007 används dödligheten för 2007 och 2010 används dödligheten för 2010 och så vidare.

Varje diagonal i de kompletta i tabellerna med dödligheten per kalenderår representerar dödligheten för en individ född ett visst år. Kolumnerna i tabellerna med dödligheten per födelsekohort har alltså skapats genom en transformation av dödligheten per kalen-

derår genom att de diagonala elementen i kalenderårstabellerna lyfts ut och bildat kolumner. Undertrianguläriteten i tabellerna uppstår genom att tabellerna enbart innehåller data för aktuella åldrar för varje födelsekohort.

Genom att använda tabellerna med dödligheten per födelsekohort behöver inte dödlighetsantagandena vid beräkningar att justeras från år till år utan dödligheten för respektive födelsekohort innehåller ett antagande om en förändrad dödlighet i framtiden.

År	2007	2010	2020	2030	2040	2050	2060
30	0,28	0,25	0,19	0,14	0,10	0,07	0,06
35	0,40	0,36	0,26	0,19	0,13	0,10	0,08
40	0,65	0,61	0,48	0,38	0,30	0,24	0,21
45	1,14	1,06	0,85	0,69	0,55	0,44	0,39
50	2,06	1,97	1,69	1,44	1,24	1,06	0,97
55	3,30	3,20	2,90	2,63	2,38	2,15	2,04
60	5,15	4,98	4,47	4,01	3,59	3,22	3,04
65	7,92	7,62	6,70	5,90	5,19	4,56	4,25
70	12,81	12,27	10,64	9,22	8,00	6,93	6,41
75	21,51	20,43	17,21	14,49	12,20	10,27	9,34
80	41,06	39,11	33,26	28,28	24,03	20,41	18,66
85	79,50	76,57	67,53	59,53	52,45	46,20	43,07
90	147,81	144,13	132,45	121,65	111,69	102,50	97,76
95	249,17	246,38	237,26	228,45	219,92	211,68	207,27
100	377,49	377,49	377,49	377,49	377,49	377,49	377,49

Tabell A.1: Ettåriga dödssannolikheter (‰) per kalenderår - Kvinnor

År	2007	2010	2020	2030	2040	2050	2060
30	0,55	0,50	0,35	0,25	0,18	0,13	0,10
35	0,73	0,66	0,47	0,34	0,24	0,17	0,14
40	1,09	1,00	0,75	0,57	0,43	0,32	0,27
45	1,75	1,63	1,26	0,98	0,76	0,59	0,51
50	2,79	2,60	2,05	1,61	1,27	1,00	0,88
55	4,56	4,22	3,27	2,53	1,96	1,52	1,32
60	7,38	6,81	5,21	3,98	3,04	2,33	2,01
65	12,69	11,78	9,19	7,17	5,59	4,35	3,80
70	21,43	20,03	15,97	12,72	10,14	8,07	7,12
75	36,43	34,16	27,53	22,17	17,85	14,36	12,74
80	64,29	60,90	50,79	42,33	35,25	29,34	26,51
85	115,92	111,96	99,66	88,65	78,81	70,03	65,61
90	192,69	188,60	175,53	163,28	151,82	141,10	135,51
95	298,52	295,69	286,41	277,39	268,60	260,06	255,46
100	412,94	412,94	412,94	412,94	412,94	412,94	412,94

Tabell A.2: Ettåriga dödssannolikheter (‰) per kalenderår - Män

Födelse- år	1910- tal	1920- tal	1930- tal	1940- tal	1950- tal	1960- tal	1970- tal
30							0,28
35							0,36
40						0,63	0,55
45						1,05	0,87
50					2,02	1,82	1,58
55					3,18	2,90	2,65
60				5,08	4,72	4,23	3,84
65				7,55	6,70	5,90	5,25
70			12,58	11,43	9,91	8,59	7,55
75			20,18	17,22	14,50	12,21	10,47
80		40,24	36,10	30,69	26,09	22,16	19,61
85		75,88	67,56	59,55	52,47	46,44	43,35
90	146,27	138,21	126,97	116,60	107,02	99,91	96,08
95	245,71	237,30	228,48	219,95	212,03	207,28	203,73
100	377,49	377,49	377,49	377,49	377,49	377,49	377,49

Tabell A.3: Ettåriga dödssannolikheter (%<sub>0</sub>) per födelsekohort -  
Kvinnor

Födelse- år	1910- tal	1920- tal	1930- tal	1940- tal	1950- tal	1960- tal	1970- tal
30							0,55
35							0,67
40						1,05	0,90
45						1,60	1,30
50					2,71	2,31	1,86
55					4,15	3,28	2,60
60				7,14	5,97	4,56	3,58
65				11,58	9,21	7,18	5,73
70			20,84	17,91	14,28	11,38	9,26
75			33,65	27,57	22,21	17,88	14,73
80		62,86	55,68	46,42	38,67	32,19	28,03
85		111,03	99,71	88,69	78,85	70,38	66,00
90	190,98	182,00	169,34	157,48	146,40	138,06	133,53
95	295,01	286,45	277,42	268,64	260,42	255,47	251,76
100	412,94	412,94	412,94	412,94	412,94	412,94	412,94

Tabell A.4: Ettåriga dödssannolikheter (‰) per födelsekohort -Män



## Bilaga B

# Tabeller över dödligheten bland frivilligt försäkrade

Bilaga B innehåller tabeller över ettåriga dödssannolikheter för frivilligt försäkrade. I Tabell B.1 och B.2 redovisas sannolikheterna per kalenderår. I Tabell B.3 och B.4 har dödssannolikheterna transformerats från kalenderår till födelsekohorter. För försäkrade födda under samma födelsedecennium har sedan ett medelvärde tagits per ålder.

Innehållet i Tabell B.1-B.4 är ett utdrag ur de kompletta tabellerna vilka täcker samtliga åldrar 30-102 år för kalenderår 2007-2080 respektive födelseår 1904-1977.

I tabellerna med dödligheten per kalenderår representerar varje kolumn den aktuella dödligheten för varje ålder per kalenderår. Dödligheten i varje kolumn kan ses som en ögonblicksbild av dödligheten under respektive år och kan jämföras med den skattning av dödligheten idag bland de frivilligt försäkrade som görs i Avsnitt 4.3.2. Inga framtida trender från och med aktuellt år är inkluderade i de enskilda åren.

Då kalenderstabellerna används måste dödligheten för varje ålder justeras från år till år. Det vill säga, år 2007 används dödligheten för 2007 och 2010 används dödligheten för 2010 och så vidare.

Varje diagonal i de kompletta i tabellerna med dödligheten per kalenderår representerar dödligheten för en individ född ett visst år. Kolumnerna i tabellerna med dödligheten per födelsekohort har alltså skapats genom en transformation av dödligheten per kalenderår genom att de diagonala elementen i kalenderstabellerna lyfts

ut och bildat kolumner. Undertrianguläriteten i tabellerna uppstår genom att tabellerna enbart innehåller data för aktuella åldrar för varje födelsekohort.

Genom att använda tabellerna med dödligheten per födelsekohort behöver inte dödlighetsantagandena vid beräkningar justeras från år till år utan dödligheten för respektive födelsekohort innehåller ett antagande om en förändrad dödlighet i framtiden.

År	2007	2010	2020	2030	2040	2050	2060
30	0,21	0,19	0,14	0,10	0,07	0,05	0,05
35	0,32	0,29	0,21	0,15	0,11	0,08	0,07
40	0,45	0,42	0,34	0,27	0,21	0,17	0,15
45	0,86	0,80	0,64	0,52	0,41	0,33	0,30
50	1,38	1,32	1,13	0,97	0,83	0,71	0,65
55	2,24	2,17	1,97	1,78	1,61	1,46	1,38
60	3,42	3,31	2,97	2,66	2,39	2,14	2,02
65	5,21	5,02	4,41	3,88	3,42	3,00	2,80
70	8,21	7,87	6,82	5,91	5,12	4,44	4,10
75	14,73	13,99	11,78	9,91	8,34	7,02	6,39
80	29,48	28,08	23,86	20,27	17,22	14,62	13,36
85	60,91	58,64	51,67	45,50	40,06	35,26	32,86
90	122,08	119,00	109,23	100,23	91,94	84,30	80,36
95	214,20	211,76	203,80	196,10	188,67	181,50	177,66
100	377,49	377,49	377,49	377,49	377,49	377,49	377,49

Tabell B.1: Ettåriga döds sannolikheter (‰) per kalenderår - Kvinnor



År	2007	2010	2020	2030	2040	2050	2060
30	0,42	0,38	0,27	0,19	0,14	0,1	0,08
35	0,45	0,41	0,29	0,21	0,15	0,11	0,09
40	0,60	0,55	0,41	0,31	0,23	0,18	0,15
45	1,01	0,93	0,72	0,56	0,44	0,34	0,29
50	1,53	1,42	1,12	0,88	0,69	0,55	0,48
55	2,53	2,35	1,82	1,41	1,09	0,84	0,73
60	4,19	3,87	2,95	2,26	1,73	1,32	1,14
65	7,64	7,09	5,53	4,31	3,36	2,62	2,28
70	13,22	12,35	9,84	7,84	6,24	4,97	4,38
75	24,76	23,21	18,68	15,04	12,10	9,73	8,63
80	48,74	46,14	38,44	32,00	26,63	22,14	20,01
85	93,84	90,60	80,55	71,57	63,57	56,43	52,85
90	158,35	154,92	144,00	133,79	124,26	115,37	110,74
95	256,36	253,87	245,74	237,84	230,16	222,7	218,68
100	412,94	412,94	412,94	412,94	412,94	412,94	412,94

Tabell B.2: Ettåriga dödssannolikheter (‰) per kalenderår - Män

Födelse- år	1910- tal	1920- tal	1930- tal	1940- tal	1950- tal	1960- tal	1970- tal
30							0,20
35							0,29
40						0,44	0,39
45						0,79	0,66
50					1,35	1,22	1,06
55					2,16	1,97	1,80
60				3,37	3,14	2,81	2,55
65				4,97	4,41	3,88	3,46
70			8,07	7,33	6,35	5,50	4,84
75			13,82	11,79	9,92	8,35	7,16
80		28,89	25,90	22,01	18,69	15,88	14,04
85		58,11	51,69	45,52	40,07	35,44	33,07
90	120,79	114,05	104,67	96,02	88,06	82,15	78,97
95	211,17	203,82	196,13	188,69	181,80	177,67	174,58
100	377,49	377,49	377,49	377,49	377,49	377,49	377,49

Tabell B.3: Ettåriga dödssannolikheter (‰) per födelsekohort - Kvinnor

Födelse- år	1910- tal	1920- tal	1930- tal	1940- tal	1950- tal	1960- tal	1970- tal
30							0,42
35							0,42
40						0,580	0,49
45						0,920	0,74
50					1,48	1,26	1,02
55					2,31	1,82	1,44
60				4,05	3,39	2,59	2,03
65				6,97	5,54	4,32	3,45
70			12,85	11,04	8,79	7,00	5,70
75			22,86	18,71	15,06	12,11	9,98
80		47,64	42,17	35,11	29,22	24,31	21,16
85		89,84	80,59	71,61	63,59	56,72	53,16
90	156,92	149,40	138,84	128,97	119,76	112,84	109,10
95	253,27	245,76	237,86	230,17	223,00	218,69	215,45
100	412,94	412,94	412,94	412,94	412,94	412,94	412,94

Tabell B.4: *Ettåriga dödssannolikheter (%) per födelsekohort - Män*



## Bilaga C

# Tabeller över dödligheten bland obligatoriskt försäkrade

Bilaga C innehåller tabeller över ettåriga dödssannolikheter för obligatoriskt försäkrade. I Tabell C.1 och C.2 redovisas sannolikheterna per kalenderår. I Tabell C.3 och C.4 har dödssannolikheterna transformerats från kalenderår till födelsekohorter. För försäkrade födda under samma födelsedecennium har ett medelvärde tagits per ålder.

Innehållet i Tabell C.1-C.4 är ett utdrag ur de kompletta tabellerna vilka täcker samtliga åldrar 30-102 år för kalenderår 2007-2080 respektive födelseår 1904-1977.

I tabellerna med dödligheten per kalenderår representerar varje kolumn den aktuella dödligheten för varje ålder per kalenderår. Dödligheten i varje kolumn kan ses som en ögonblicksbild av dödligheten under respektive år och kan jämföras med den skattning av dödligheten idag bland de frivilligt försäkrade som görs i Avsnitt 4.3.2. Inga framtida trender från och med aktuellt år är inkluderade i de enskilda åren.

Då kalenderårstabellerna används måste dödligheten för varje ålder justeras från år till år. Det vill säga, år 2007 används dödligheten för 2007 och 2010 används dödligheten för 2010 och så vidare.

Varje diagonal i de kompletta i tabellerna med dödligheten per kalenderår representerar dödligheten för en individ född ett visst år. Kolumnerna i tabellerna med dödligheten per födelsekohort har

alltså skapats genom en transformation av dödligheten per kalenderår genom att de diagonala elementen i kalenderårstabellerna lyfts ut och bildat kolumner. Undertrianguläriteten i tabellerna uppstår genom att tabellerna enbart innehåller data för aktuella åldrar för varje födelsekohort.

Genom att använda tabellerna med dödligheten per födelsekohort behöver inte dödlighetsantagandena vid beräkningar att justeras från år till år utan dödligheten för respektive födelsekohort innehåller ett antagande om en förändrad dödlighet i framtiden.

År	2007	2010	2020	2030	2040	2050	2060
30	0,27	0,25	0,18	0,13	0,10	0,07	0,06
35	0,32	0,29	0,21	0,15	0,11	0,08	0,07
40	0,56	0,53	0,42	0,33	0,26	0,21	0,18
45	1,08	1,01	0,81	0,65	0,52	0,42	0,37
50	1,89	1,81	1,55	1,33	1,14	0,97	0,89
55	3,14	3,05	2,76	2,50	2,27	2,05	1,94
60	4,79	4,64	4,16	3,73	3,35	3,00	2,83
65	7,49	7,21	6,34	5,58	4,91	4,32	4,03
70	12,29	11,78	10,21	8,85	7,67	6,65	6,15
75	21,63	20,55	17,31	14,57	12,27	10,33	9,39
80	41,08	39,13	33,28	28,29	24,04	20,42	18,67
85	79,50	76,57	67,53	59,53	52,45	46,20	43,07
90	147,81	144,13	132,45	121,65	111,69	102,50	97,76
95	249,17	246,38	237,26	228,45	219,92	211,68	207,27
100	377,49	377,49	377,49	377,49	377,49	377,49	377,49

Tabell C.1: *Ettåriga dödssannolikheter (‰) per kalenderår - Kvinnor*

År	2007	2010	2020	2030	2040	2050	2060
30	0,44	0,40	0,28	0,20	0,14	0,10	0,08
35	0,56	0,51	0,36	0,26	0,19	0,13	0,11
40	0,85	0,78	0,59	0,44	0,33	0,25	0,21
45	1,48	1,37	1,07	0,83	0,64	0,50	0,43
50	2,42	2,25	1,78	1,40	1,10	0,87	0,76
55	4,12	3,81	2,95	2,29	1,77	1,37	1,19
60	6,65	6,13	4,69	3,58	2,74	2,09	1,81
65	11,79	10,95	8,54	6,66	5,19	4,05	3,53
70	20,54	19,19	15,30	12,19	9,71	7,73	6,82
75	37,02	34,7	27,97	22,53	18,14	14,60	12,95
80	66,47	62,97	52,53	43,78	36,46	30,35	27,43
85	115,92	111,96	99,66	88,65	78,81	70,03	65,61
90	192,69	188,6	175,53	163,28	151,82	141,10	135,51
95	298,52	295,69	286,41	277,39	268,60	260,06	255,46
100	412,94	412,94	412,94	412,94	412,94	412,94	412,94

Tabell C.2: Ettåriga dödssannolikheter (‰) per kalenderår - Män

Födelse- år	1910- tal	1920- tal	1930- tal	1940- tal	1950- tal	1960- tal	1970- tal
30							0,27
35							0,30
40						0,55	0,48
45						0,99	0,83
50					1,86	1,67	1,46
55					3,03	2,76	2,53
60				4,73	4,39	3,94	3,57
65				7,14	6,34	5,58	4,97
70			12,07	10,97	9,51	8,24	7,25
75			20,3	17,32	14,58	12,28	10,53
80		40,26	36,12	30,71	26,10	22,17	19,62
85		75,88	67,56	59,55	52,47	46,44	43,35
90	146,27	138,21	126,97	116,6	107,02	99,91	96,08
95	245,71	237,3	228,48	219,95	212,03	207,28	203,73
100	377,49	377,49	377,49	377,49	377,49	377,49	377,49

Tabell C.3: Ettåriga döds sannolikheter (‰) per födelsekohort - Kvinnor



Födelse- år	1910- tal	1920- tal	1930- tal	1940- tal	1950- tal	1960- tal	1970- tal
30							0,44
35							0,51
40						0,82	0,70
45						1,35	1,10
50					2,35	2,00	1,62
55					3,75	2,96	2,35
60				6,43	5,38	4,11	3,22
65				10,76	8,55	6,67	5,33
70			19,97	17,16	13,68	10,90	8,87
75			34,19	28,01	22,57	18,17	14,97
80		64,99	57,58	48,01	40,00	33,30	29,00
85		111,03	99,71	88,69	78,85	70,38	66,00
90	190,98	182,00	169,34	157,48	146,40	138,06	133,53
95	295,01	286,45	277,42	268,64	260,42	255,47	251,76
100	412,94	412,94	412,94	412,94	412,94	412,94	412,94

Tabell C.4: *Ettåriga dödssannolikheter (%) per födelsekohort - Män*



## Bilaga D

# Tabeller över dödligheten bland obligatoriskt försäkrade tjänstemän

Bilaga D innehåller tabeller över ettåriga dödssannolikheter för obligatoriskt försäkrade tjänstemän. I Tabell D.1 och D.2 redovisas sannolikheterna per kalenderår. I Tabell D.3 och D.4 har dödssannolikheterna transformerats från kalenderår till födelsekohorter. För försäkrade födda under samma födelsedecennium har ett medelvärde tagits per ålder.

Innehållet i Tabell D.1-D.4 är ett utdrag ur de kompletta tabellerna vilka täcker samtliga åldrar 30-102 år för kalenderår 2007-2080 respektive födelseår 1904-1977.

I tabellerna med dödligheten per kalenderår representerar varje kolumn den aktuella dödligheten för varje ålder per kalenderår. Dödligheten i varje kolumn kan ses som en ögonblicksbild av dödligheten under respektive år och kan jämföras med den skattning av dödligheten idag bland de frivilligt försäkrade som görs i Avsnitt 4.3.2. Inga framtida trender från och med aktuellt år är inkluderade i de enskilda åren.

Då kalenderårstabellerna används måste dödligheten för varje ålder justeras från år till år. Det vill säga, år 2007 används dödligheten för 2007 och 2010 används dödligheten för 2010 och så vidare.

Varje diagonal i de kompletta i tabellerna med dödligheten per kalenderår representerar dödligheten för en individ född ett visst

år. Kolumnerna i tabellerna med dödligheten per födelsekohort har alltså skapats genom en transformation av dödligheten per kalenderår genom att de diagonala elementen i kalenderårstabellerna lyfts ut och bildat kolumner. Undertrianguläriteten i tabellerna uppstår genom att tabellerna enbart innehåller data för aktuella åldrar för varje födelsekohort.

Genom att använda tabellerna med dödligheten per födelsekohort behöver inte dödlighetsantagandena vid beräkningar att justeras från år till år utan dödligheten för respektive födelsekohort innehåller ett antagande om en förändrad dödlighet i framtiden.

År	2007	2010	2020	2030	2040	2050	2060
30	0,11	0,10	0,07	0,05	0,04	0,03	0,02
35	0,22	0,20	0,15	0,11	0,08	0,05	0,05
40	0,39	0,37	0,29	0,230	0,18	0,14	0,13
45	0,88	0,82	0,66	0,530	0,42	0,34	0,30
50	1,46	1,40	1,20	1,03	0,88	0,75	0,69
55	2,67	2,6	2,35	2,13	1,93	1,75	1,65
60	4,05	3,92	3,51	3,15	2,83	2,53	2,39
65	6,56	6,32	5,56	4,89	4,3	3,78	3,53
70	9,96	9,54	8,27	7,17	6,21	5,39	4,98
75	17,66	16,77	14,12	11,89	10,00	8,42	7,66
80	35,27	33,60	28,56	24,28	20,63	17,52	16,01
85	72,65	69,96	61,68	54,36	47,88	42,16	39,31
90	144,73	141,12	129,67	119,08	109,32	100,31	95,67
95	248,05	245,27	236,19	227,42	218,93	210,73	206,34
100	377,49	377,49	377,49	377,49	377,49	377,49	377,49

Tabell D.1: Ettåriga dödssannolikheter (‰) per kalenderår - Kvinnor

År	2007	2010	2020	2030	2040	2050	2060
30	0,16	0,15	0,1	0,07	0,05	0,04	0,03
35	0,32	0,29	0,21	0,15	0,11	0,08	0,06
40	0,49	0,45	0,34	0,25	0,19	0,14	0,12
45	0,93	0,86	0,67	0,52	0,40	0,31	0,27
50	1,63	1,52	1,20	0,94	0,74	0,58	0,51
55	2,98	2,76	2,14	1,65	1,28	0,99	0,86
60	4,67	4,31	3,29	2,51	1,92	1,47	1,27
65	7,95	7,38	5,76	4,49	3,5	2,73	2,38
70	14,77	13,80	11,00	8,76	6,98	5,55	4,90
75	29,64	27,78	22,38	18,02	14,5	11,66	10,35
80	58,20	55,12	45,95	38,28	31,87	26,51	23,96
85	111,56	107,74	95,88	85,28	75,8	67,34	63,08
90	187,05	183,07	170,35	158,43	147,28	136,86	131,43
95	296,44	293,62	284,41	275,45	266,72	258,24	253,67
100	412,94	412,94	412,94	412,94	412,94	412,94	412,94

Tabell D.2: Ettåriga dödssannolikheter (‰) per kalenderår - Män

Födelse- år	1910- tal	1920- tal	1930- tal	1940- tal	1950- tal	1960- tal	1970- tal
30							0,11
35							0,21
40						0,38	0,33
45						0,81	0,67
50					1,44	1,30	1,13
55					2,58	2,35	2,15
60				3,99	3,71	3,33	3,02
65				6,26	5,56	4,89	4,36
70			9,78	8,89	7,71	6,68	5,87
75			16,56	14,13	11,89	10,01	8,59
80		34,56	31,00	26,35	22,39	19,02	16,83
85		69,33	61,70	54,38	47,90	42,38	39,55
90	143,22	135,31	124,3	114,13	104,74	97,77	94,02
95	244,60	236,23	227,45	218,96	211,07	206,35	202,81
100	377,49	377,49	377,49	377,49	377,49	377,49	377,49

Tabell D.3: Ettåriga döds sannolikheter (%) per födelsekohort - Kvinnor

Födelse- år	1910- tal	1920- tal	1930- tal	1940- tal	1950- tal	1960- tal	1970- tal
30							0,16
35							0,29
40						0,47	0,40
45						0,84	0,68
50					1,58	1,35	1,09
55					2,71	2,14	1,70
60				4,51	3,77	2,88	2,26
65				7,26	5,77	4,50	3,59
70			14,36	12,33	9,82	7,82	6,37
75			27,37	22,41	18,04	14,52	11,96
80		56,90	50,39	41,99	34,96	29,10	25,34
85		106,85	95,93	85,32	75,83	67,68	63,46
90	185,39	176,64	164,32	152,79	142,01	133,90	129,50
95	292,95	284,44	275,48	266,75	258,59	253,68	250,00
100	412,94	412,94	412,94	412,94	412,94	412,94	412,94

Tabell D.4: *Ettåriga dödssannolikheter (%) per födelsekohort - Män*





# Litteraturförteckning

- [1] Andersson, G.,(2005), *Livförsäkringsmatematik*, Svenska Försäkringsföreningen, Stockholm, Sverige.
- [2] Brillinger, D. R. (1986), The natural variability of vital rates and associated statistics. *Biometrics*, **42**, 693-734.
- [3] Brouhns, N., Denuit, M., Vermunt, J.K., (2002), A Poisson log-bilinear approach to the construction of projected lifetables, *Mathematics & Economics*, **31**, 373-393.
- [4] Brouhns, N., Denuit, M., van Keilegom, I., (2005), Bootstrapping the Poisson log-bilinear model for mortality forecasting, *Scandinavian Actuarial Journal*, No.3/2005, 212-224, Taylor & Francis, Hampshire, England.
- [5] Delwarde, A., Denuit, M., Eilers, P., (2006), Smoothing the Lee-Carter and Poisson log-bilinear models for mortality forecasting: A penalized log-likelihood approach, Working paper 06-03, Institut des Sciences Actuarielles, Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgium.
- [6] FTN, (2003), *Mortality studies*, Försäkringstekniska Forskningsnämnden, Stockholm, Sverige.
- [7] FTN, (2006), *Instruktion för rapportering till FTNs dödlighetsundersökningar*, Försäkringstekniska Forskningsnämnden, Stockholm, Sverige.
- [8] Goodman, L.A., (1979), Simple models for the analysis of association in cross-classifications having ordered categories, *Journal of the American Statistical Association*, **74**, 537-552.

- [9] Grundkommittén, (1989), *Teknisk utredning för beräkning av premier, återköpsvärden mm*, Svenska Livförsäkringsbolags Aktuarienämnd, Stockholm, Sverige.
- [10] Hultman, K., (1958), *Livförsäkringsteknik enligt svenska förhållanden*, Institutet för försäkringsutbildnings Studiehandböcker, Stockholm, Sverige.
- [11] Lee, R. D., (2000), The Lee-Carter method of forecasting mortality, with various extensions and applications, *North American Actuarial Journal*, **4**, 80-93, USA.
- [12] Lee, R. D. and Carter, L., (1992), Modelling and forecasting the time series of US mortality, *Journal of the American Statistical Association*, **87**, 659-671, USA.
- [13] Lindbergson, M., (2001), Mortality among the elderly in Sweden, 1988-1997, *Scandinavian Actuarial Journal*, No.1/2001, 79-94, Taylor & Francis, Dublin, Ireland.
- [14] Lundström, H. and Qvist, J., (2004), Mortality Forecasting and Trend Shifts: an Application of the Lee-Carter Model to Swedish Mortality Data, *International Statistical Review*, **72**, 37-50, The Netherlands.
- [15] Makeham, W.M., (1867), On the law of mortality, *The Assurance Magazine and Journal of the Institute of Actuaries*, **XIII**, 325-358, London, United Kingdom.
- [16] Martinelle, S., (1987), A Generalized Perks Formula for Old-Age Mortality, *R&D Report, Statistics*, National Bureau of Statistics, Stockholm, Sweden.
- [17] DeMoivre, A., (1725), *Annuities on Lives: Or, the Valuation of Annuities Upon Any Number of Lives; as also of Reversions*, London.
- [18] Prawitz, H., (1954), *Investigation of mortality from different causes of death as a basis of forecasting the future trend*, Stockholm, Sverige.
- [19] Statistiska Centralbyrån, (2004), Dödlighet efter utbildning, boende och civilstånd. Perioden 1986-2003, *Demografiska rapporter*, 2004:4, Stockholm, Sverige.

- [20] Statistiska Centralbyrån, (2006), Sveriges framtida befolkning 2006-2050, *Demografiska rapporter*, 2006:2, Stockholm, Sverige.
- [21] Stoltz, G., (1915), *Undersökning af dödligheten enligt erfarenheten hos sjutton svenska livförsäkringsbolag. Läkareundersökta, Normala risker 1/1 1895 - 31/12 1906*, P. Palmquists Aktiebolag, Stockholm, Sverige.
- [22] Stoltz, G., (1917), *Utjämnning av sjutton svenska livförsäkringsbolags dödlighetstabeller för läkareundersökta livförsäkrade. På uppdrag av Kungl. Försäkringsinspektionen verkställd av Gustaf Stoltz*, K. L. Beckmans boktryckeri, Stockholm, Sverige.
- [23] Sveriges Försäkringsförbund, (2006), Instruktion för rapportering till FTN:s dödlighetsundersökningar, 2006-06-13, Stockholm, Sverige
- [24] Wargentín, P., (1983), *Pehr Wargentín - den svenska statistikens fader*, Statistiska centralbyrån, Stockholm, Sverige.









